

**Восстановление порядка дробной производной
в задаче математического моделирования накопления радона
в избыточном объеме накопительной камеры
по данным Петропавловск-Камчатского геодинамического полигона***

Д. А. Твёрдый

Институт космофизических исследований и распространения радиоволн
Дальневосточного отделения Российской академии наук
684034, Россия, Камчатский край, Елизовский район, с. Паратунка, ул. Мирная, 7

Аннотация. Исследуются вопросы, связанные с нелинейным переносом радиоактивного газа радона через геосреду, в частности, при описании вариаций объемной активности (RVA) в накопительной камере с датчиками регистрации. RVA считается информативным и оперативным предвестником землетрясений. Исходя из предположения о том, что процесс переноса радона происходит в проницаемой геосреде, для моделирования используется эрдитарная модель RVA на основе уравнения Риккати с дробной производной Герасимова–Капуто. Модель ранее прошла апробацию на геодинамическом полигоне в Петропавловске-Камчатском. В исследовании наибольший интерес представляет идентификация значения порядка дробной производной, которое связывается с такими характеристиками геосреды, как пористость и проницаемость. Однако у нас нет информации о некоторых параметрах рассматриваемого процесса, чтобы достаточно точно определить это значение. Но мы знаем дополнительную информацию, полученную в результате эксперимента. Эту информацию можно использовать для восстановления интересующих нас значений, что приводит нас к обратным задачам. Для восстановления порядка дробной производной решается задача одномерной оптимизации с помощью итерационного метода Левенберга–Марквардта ньютоновского типа. Показано, что с помощью данного метода можно восстанавливать некоторые параметры такой динамической системы, как перенос радона через геосреду. Показано, что решение обратной задачи методом Левенберга–Марквардта дает более точный результат за более короткое время, чем подбор значений параметров и видов функций для модельных уравнений вручную.

Ключевые слова: математическое моделирование, дробная производная Герасимова–Капуто, обратные задачи, метод Левенберга–Марквардта, напряженно-деформированное состояние, геосреда, объемная активность радона, RVA, предвестники землетрясений

Поступила 23.11.2023, одобрена после рецензирования 29.11.2023, принята к публикации 01.12.2023

Для цитирования. Твёрдый Д. А. Восстановление порядка дробной производной в задаче математического моделирования накопления радона в избыточном объеме накопительной камеры по данным Петропавловск-Камчатского геодинамического полигона // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2023. № 6(116). С. 83–94. DOI: 10.35330/1991-6639-2023-6-116-83-94

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кабанихин С. И., Искаков К. Т.* Оптимизационные методы решения коэффициентных обратных задач. Новосибирск: Новосибирский государственный университет, 2001. 315 с.
2. *Рудаков В. П.* Эманионный мониторинг геосред и процессов. Москва: Научный мир, 2009. 175 с.
3. *Фирстов П. П., Макаров Е. О., Глухова И. П. и др.* Поиск предвестниковых аномалий сильных землетрясений по данным мониторинга подпочвенных газов на Петропавловск-Камчатском геодинамическом полигоне // Геосистемы переходных зон. 2018. Т. 1. № 2. С. 16–32. DOI: 10.30730/2541-8912.2018.2.1.016-032
4. *Cicerone R.D., Ebel J.E., Beittton J.* A systematic compilation of earthquake precursors // Tectonophysics. 2009. Vol. 476. No. 3–4. Pp. 371–396. DOI: 10.1016/j.tecto.2009.06.008
5. *Neri M., Giammanco S., Ferrera E. et al.* Spatial distribution of soil radon as a tool to recognize active faulting on an active volcano: The example of Mt. Etna (Italy) // Journal of environmental radioactivity. 2011. Vol. 102(9). Pp. 863–870. DOI: 10.1016/j.jenvrad.2011.05.002
6. *Gill P.E., Murray W., Wright M.H.* Practical Optimization. Philadelphia: SIAM, 2019. 421 p.
7. *Tverdyi D.A., Makarov E.O., Parovik R.I.* Hereditary Mathematical Model of the Dynamics of Radon Accumulation in the Accumulation Chamber // Mathematics. 2022. Vol. 11. No. 4:850. Pp. 1–20. DOI: 10.3390/math11040850
8. *Твёрдый Д. А., Макаров Е. О., Паровик Р. И.* Исследования напряженно-деформированного состояния геосреды эманионными методами на примере $\alpha(t)$ -модели переноса радона // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. 2023. Т. 3. № 44. С. 86–104. DOI: 10.26117/2079-6641-2023-44-3-86-104
9. *Понамарев А. С.* Фракционирование в гидротерме как потенциальная возможность формирования предвестников землетрясений // Геохимия. 1989. № 5. С. 714–724.
10. *Паровик Р. И.* Математическое моделирование неклассической теории эманионного метода. *Ред. Фирстов П. П., Ильин И. А.* Петропавловск-Камчатский: КамГУ им. Витуса Беринга, 2014. 80 с.
11. *Vasilyev A.V., Zhukovsky M.V.* Determination of mechanisms and parameters which affect radon entry into a room // Journal of Environmental Radioactivity. 2013. Vol. 124. Pp. 185–190. DOI: 10.1016/j.jenvrad.2013.04.014
12. *Фирстов П. П., Макаров Е. О.* Динамика подпочвенного радона на Камчатке и сильные землетрясения. Петропавловск-Камчатский: КамГУ им. Витуса Беринга, 2018. 148 с.
13. *King C.Y.* Isotopic geochemical precursors of earthquakes and volcanic eruption // Advisory Group Meeting held. Vienna. International atomic energy agency. 1991. Pp. 22–36.
14. *Uchaikin V.V.* Fractional Derivatives for Physicists and Engineers. Vol. I. Background and Theory. Berlin, Springer. 2013. 373 p.
15. *Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J.* Theory and Applications of Fractional Differential Equations. Amsterdam, Elsevier Science Limited. 2006. 204 p.
16. *Нахушев А. М.* Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. 272 с.
17. *Псху А. В.* Уравнения в частных производных дробного порядка. М.: Наука, 2005. 199 с.
18. *Volterra V.* Functional theory, integral and integro-differential equations. London, Blackie & Son Limited. 1930. 226 p.
19. *Gerasimov A.N.* Generalization of linear deformation laws and their application to internal friction problems. Applied Mathematics and Mechanics. 1948. Vol. 12. Pp. 529–539.
20. *Caputo M.* Elasticita e Dissipazione. Bologna, Zanichelli. 1969. 150 p.

Информация об авторе

Твёрдый Дмитрий Александрович, канд. физ.-мат. наук, науч. сотр. лаборатории электромагнитных излучений, Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН;

684034, Россия, Камчатский край, Елизовский район, с. Паратунка, ул. Мирная, 7;
tverdyi@ikir.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6983-5258>