МАТЕМАТИЧЕСКИЕ, СТАТИСТИЧЕСКИЕ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В ЭКОНОМИКЕ

УДК 330.4 Научная статья
DOI: 10.35330/1991-6639-2023-6-116-282-289
EDN: TKALZS

Экономико-математическое моделирование загрязнения окружающей среды региональных территорий*

С. И. Шагин, А. Г. Езаова

Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х. М. Бербекова
360004, Россия, г. Нальчик, ул. Чернышевского, 173

Аннотация. Статья посвящена построению производственных функций методами теории дробных производных, применяемых для оценки факторов загрязнения окружающей среды с учетом совокупности глобальных экологических и экономических вызовов. При построении изучаемой экономико-математической модели учитываются два основных критерия зеленой экономики: обеспечение сохранности окружающей среды и повышение качества жизни населения. Впервые при моделировании подобных задач вместо классической целевой функции в модели участвует двухфакторная производственная функция Кобба–Дугласа специального вида, учитывающая фрактальность пространства окружающей среды. В работе доказано, что модель можно свести к дифференциальному уравнению с дробной производной типа Капуто, имеющему при определенных значениях коэффициентов и показателей степени производственной функции регулярное решение.

Ключевые слова: функция Кобба–Дугласа, загрязнение окружающей среды, производная Капуто, моделирование, зеленая экономика, оператор дробной производной Римана–Лиувилля

Поступила 27.11.2023, одобрена после рецензирования 04.12.2023, принята к публикации 09.12.2023

Для цитирования. Шагин С. И., Езаова А. Г. Экономико-математическое моделирование загрязнения окружающей среды региональных территорий // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2023. № 6(116). С. 282–289. DOI: 10.35330/1991-6639-2023-6-116-282-289

JEL: C32 Original article

Economic and mathematical modeling of environmental pollution of regional territories*

S.I. Shagin, A.G. Ezaova

Kabardino-Balkarian State University named after Kh.M. Berbekov
360004, Russia, Nalchik, 173 Chernyshevsky street

Abstract. The article is devoted to the construction of production functions using the methods of the theory of fractional derivatives used to assess environmental pollution factors, taking into account the totality of global environmental and economic challenges. When constructing the economic and mathematical model under study, two main criteria of a green economy are taken into account: ensuring the preservation of the environment and improving the quality of life of the population. For the first time, when modeling such problems, instead of the classical objective function, the model uses a two-factor Cobb–Douglas production function of a special type, taking into account the fractal nature of the

* Работа выполнена в рамках программы «Приоритет-2030»

* The work was carried out within the framework of the Priority 2030 program

environmental space. The work proves that the model can be reduced to a differential equation with a fractional derivative of the Caputo type, which has a regular solution for certain values of the coefficients and exponents of the production function.

Keywords: Cobb–Douglas function, environmental pollution, Caputo derivative, modeling, green economy, Riemann–Liouville fractional derivative operator

Submitted 27.11.2023, approved after reviewing 04.12.2023, accepted for publication 09.12.2023

For citation. Shagin S.I., Ezaova A.G. Economic and mathematical modeling of environmental pollution of regional territories. *News of the Kabardino-Balkarian Scientific Center of RAS.* 2023. No. 6(116). Pp. 282–289. DOI: 10.35330/1991-6639-2023-6-116-282-289

Введение

Борьба с загрязнением окружающей среды – одна из главнейших целей зеленой экономики. Благодаря современным производственным и искусственным технологиям в окружающую среду поступает неимоверное количество органических и неорганических веществ, микроорганизмов, оказывающих негативное воздействие на окружающую среду. Продукты жизнедеятельности человека, отходы работы промышленности скапливаются в несвойственных природе концентрациях, превышающих фоновые значения в воздухе, ландшафтах, почвах, геологической среде, природных водах, угрожая всему живому на территории. Несмотря на то, что загрязнение окружающей среды может быть обосновано и естественными причинами, авторы при моделировании ситуации будут рассматривать только техногенные характеристики загрязнения. Промышленность, энергетика, транспорт, деятельность жилищно-коммунального хозяйства являются главными производящими загрязнение формами экономики Кабардино-Балкарской Республики.

Построение математической модели

Рассмотрим подробнее ситуацию, которая сложилась в указанном регионе. В условиях требований природно-климатического благополучия региона вопросу очистки воздушного пространства республики уделяется особое внимание. Главная цель – уменьшение концентрации диоксидов углерода и серы, метана, оксида азота. Их наличие влияет в первую очередь на туристическо-рекреационный кластер региона. В Кабардино-Балкарии базовыми источниками воздушного загрязнения (60–70 % из которых химические) являются промышленные предприятия, строительные фирмы, дорожный и транспортный комплекс. Нельзя забывать и о транспорте. Уровень автомобилизации в КБР за весь исследуемый период был ниже общероссийского, однако темпы автомобилизации населения выше общероссийских. Так, с 2015-го по 2019 год уровень автомобилизации в КБР поднялся более чем на 16 % от среднего в целом по стране. По другим данным, это 280 легковых автомобилей на 1000 жителей. На сегодняшний день в республике зарегистрировано более 317 113 единиц автотранспорта.

В последние годы загрязненность воздуха стационарными источниками значительно снизилась. На это повлияли спад промышленности, прекращение производственной деятельности. Так, например, за 2020 год в атмосферный воздух КБР от стационарных источников поступило 3 297 тонн вредных (загрязняющих) веществ, что на 10 % меньше, чем в 2018 году. В КБР практикуется для снижения вредных выбросов в атмосферу применение инновационных технологий и актуального научного оборудования. Например, на некоторых предприятиях промышленности установлены системы очистки отходящих газов, позволяющие улавливать и обрабатывать вредные вещества. Для борьбы с загрязнением атмосферы от автомобильных выхлопов в Кабардино-Балкарской республике проводятся мероприятия по развитию общественного транспорта и популяризации экологически чистых видов транспорта, таких как электромобили. Также осуществляется контроль за содержанием вредных веществ в выхлопных газах автомобилей и проводятся проверки на соответствие экологическим нормам. Однако, несмотря на предпринимаемые меры, проблема загрязнения атмосферы остается актуальной. Для решения этой проблемы необходимо дальнейшее совершенствование технологий и внедрение более эффективных методов очистки выбросов, а также осознанное использование автомобилей и других источников загрязнения с целью сокращения их влияния на окружающую среду.

Обозначим через $x_1 = x_1(t)$ уровень загрязнения воздушного бассейна в регионе. Здесь $t -$ время, естественно, эта переменная положительная, поскольку речь идет о физической модели в реальном времени. Тогда скорость роста уровня загрязнения атмосферы будет равна $\frac{dx_1}{dt}$. Предположим, что загрязнение происходит с определенной зависимостью n_1 -й степени. Т.е. уровень загрязнения возводится в степень n_1. Поскольку против загрязнения проводятся специальные меры, которые уменьшают уровень загрязнения, то легко можно показать, что функция $x_1 = x_1(t)$ является решением уравнения Бернулли вида:

$$\frac{dx_1}{dt} = Q_1(t)x_1^{n_1}(t) - P_1(t)x_1(t),$$

где $Q_1(t) -$ функция – коэффициент загрязнения, а $P_1(t) -$ функция – коэффициент предотвращения загрязнения, построенные на основе экспериментальных данных с использованием, например, метода наименьших квадратов.

Второй экологический фактор – загрязнение водных ресурсов. Сброс в воду различных веществ дает физические, биологические и химические загрязнения в жидких, твердых и газообразных формах. В процессе моделирования учитываются механические, химические, тепловые, бактериальные и биологические типы загрязнений. При определении параметров загрязнения учитываются также источники загрязнения внутренних вод. Отметим, что наибольшим уровнем промышленного загрязнения в КБР выделяется река Баксан. Учитывая сказанное, по длине русла установлено 12 водостоков, позволяющих наблюдать за показателями качества. Общая протяженность трубопроводов в республике – 3550 км с изношенностью 65–70 %.

Вводя аналогичные предположения, строим модель загрязнения водного бассейна КБР. По аналогии со сказанным выше обозначим через $x_2 = x_2(t)$ уровень загрязнения водного бассейна. Тогда будет иметь место следующее уравнение:

$$\frac{dx_2}{dt} = Q_2(t)x_2^{n_2}(t) - P_2(t)x_2(t),$$

где $Q_2(t) -$ функция – коэффициент загрязнения, а $P_2(t) -$ функция – коэффициент предотвращения загрязнения, построенные на основе экспериментальных данных с использованием, например, метода наименьших квадратов.

Особое внимание при моделировании необходимо уделить уровню загрязнения почв КБР. Нужно отметить, что эрозии подвержены более половины земель республики. На пастбищах присутствуют эффект изреженности, обнищание геоботанического состава травостоя. Наиболее загрязнены почвы Прохладненского района. Еще одним важным параметром моделирования является лесная зона республики. В основном это широколиственные, хвойные и дикоплодовые деревья и кустарники. Вся зона относится к защитным лесам. Ежегодно при разливе горных рек затапливается более 8 тысяч гектаров леса. Серьезная проблема загрязнения окружающей среды – наличие в республике нерегулируемых мусорных полигонов, помимо 112 свалок и 2 полигонов, внесенных в реестр. Их общая площадь составляет 202,91 га. Ни один из них не отвечает современным требованиям природоохранного законодательства. Более того, 80 % несанкционированных свалок находятся в природоохранных зонах водоемов. По мнению экспертов, в регионе сложилась сложная ситуация с вывозом и переработкой мусора. И все это требует повышенного внимания специалистов. Важное значение в таком случае имеет возможность смоделировать создавшуюся ситуацию.

Таким образом обозначим $x_1 = x_1(t)$ – загрязнение воздуха; $x_2 = x_2(t)$ – загрязнение воды; $x_3 = x_3(t)$ – вырубка леса; $x_4 = x_4(t)$ – истощение полезных ископаемых; $x_5 = x_5(t)$ – увеличение количества мусора; $x_6 = x_6(t)$ – захоронение ядерных отходов; $x_7 = x_7(t)$ – глобальное потепление; $x_8 = x_8(t)$ – сокращение биоразнообразия; $x_9 = x_9(t)$ – звуковое разнообразие.

Система уравнений

$$\frac{dx_i}{dt} = Q_i(t)x_i^{n_i}(t) - P_i(t)x_i(t),$$

где $i = 1,2,\dots,9$; $Q_i(t) -$ функция – коэффициент загрязнения, а $P_i(t) -$ функция – коэффициент предотвращения загрязнения, построенные на основе экспериментальных данных с использованием, например, метода наименьших квадратов, моделирует систему защиты региона по уровням основных загрязнений. Решая систему, мы находим $x_i = x_i(t)$ – уровни загрязнения.

Совокупность всех угроз можно представить в виде функциональной матрицы: $X(t) = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9\,)$, компоненты которой – неотрицательные числа, где t – положительная переменная времени.

Введем в рассмотрение величину $L = L(t)$ – функцию затрат на ликвидацию последствий загрязнения окружающей среды. Тогда производственную функцию состояния окружающей среды можно определить, как функцию вида:

$$y(t) = f\big(X(t), L(t)\big), \tag{1}$$

где $y(t)$ – состояние окружающей среды, $X(t)$ – вектор-функция факторов угроз, $L(t)$ – капиталовложение на ликвидацию влияния факторов угроз, причем значения всех переменных (y, X, L) – неотрицательные. Функция (1) должна быть положительной и возрастающей по всем компонентам. Попытаемся определить внешний вид функции, стоящей в правой части (1).

Так как функция угроз $X(t)$ возрастает с течением времени, то функция затрат $L(t)$ также будет возрастать с течением времени, а следовательно, возрастает и функция $y(t)$.

Область определения модельной функции $y(t)$ назовем экономической областью модели, а функцию $f(X(t), L(t))$ назовем положительно однородной степенью μ, если выполняется тождество $f(tX, tL) = t^{\mu} f(X, L)$.

Состояние окружающей среды представляет собой сложную открытую экосистему, в которую входят множество компонентов. Именно поэтому построение идеальной модели не представляется возможным. Попробуем представить правую часть (1) в виде функции Кобба–Дугласа [5]. Производственная функция Кобба–Дугласа устанавливает зависимость факторов угроз и капиталовложения [6]. В этом случае мы должны понимать, что выбранная нами функция не учитывает такие моменты, как процесс влияния всех факторов на состояние окружающей среды, в связи с чем применение ее не дает абсолютно точных результатов. Если же говорить об обобщенных экономических моделях, то нельзя не подчеркнуть, что функция Кобба–Дугласа получила широкое распространение в моделировании экономических задач, в том числе и зеленой экономики [7].

Рассмотрим производственную функцию *y(t)* в виде функции Кобба–Дугласа:

$$y(t) = f\big(X(t), L(t)\big) = A \cdot X^a \cdot L^b, \tag{2}$$

где функция $y(t)$ – функция положительно однородной степени $\mu = a + b$, причем $0 < a < 1$ – коэффициент эластичности по фактору угроз; $0 < b < 1$ – коэффициент эластичности по капиталовложению; A – коэффициент пропорциональности, он учитывает влияние факторов, не вошедших в уравнение (2), их конкретные числовые значения определяются на основе статистических данных с помощью численных методов.

Параметры a и b играют важную роль при расчетах эластичности факторов и отражают пропорцию, в которой изменения соотношения факторов угроз влияют на капиталовложение при прочих равных условиях. При этом необходимо учитывать три возможных варианта:

1. В случае, когда $\mu = 1$, состояние окружающей среды не ухудшается, но и не улучшается. При росте факторов угроз и капитала состояние окружающей среды изменяется прямо пропорционально входящим в уравнение переменным. В этом случае производственная функция является линейно-однородной.

2. Если $\mu > 1$, состояние окружающей среды улучшается. Наблюдается положительная динамика состояния окружающей среды.

3. При $\mu < 1$ состояние окружающей среды ухудшается. Отрицательная динамика состояния окружающей среды.

Каждый из рассматриваемых параметров характеризуется средней и предельной величиной. Функции вида

$$\frac{y}{X} = A \cdot X^{a-1} \cdot L^b, \qquad \frac{y}{L} = A \cdot X^a \cdot L^{b-1}$$

называются средними переменными по увеличению факторов угроз и затрат.

Показатели предельной скорости изменения факторов угроз и предельной фондоотдачи определяются как частные производные

$$\frac{\partial y}{\partial X} = A \cdot a \cdot X^{a-1} \cdot L^b, \quad \frac{\partial y}{\partial L} = A \cdot b \cdot X^a \cdot L^{b-1}.$$

Как видно из выражений, предельная фондоотдача и предельная скорость изменения факторов угроз отличаются от средних лишь на множители b и a. Так как эти множители меньше 1, то предельная фондоотдача и предельная скорость изменения факторов угроз в производственной функции Кобба–Дугласа ниже средней.

Эластичность по факторам угроз и по затратам соответственно определяется выражениями

$$a = \frac{\partial y}{\partial X} \cdot \frac{X}{y} = \frac{\partial lny}{\partial lnX}, \qquad b = \frac{\partial y}{\partial L} \cdot \frac{L}{y} = \frac{\partial lny}{\partial lnL}.$$

Свойство вогнутости класса функций (2) устанавливается анализом изоквант и вторых производных, составляющих матрицу Гессе.

Матрица Гессе для функции вида (2) принимает вид:

$$H(X, L) = \begin{vmatrix} \dfrac{a(a-1)}{X^2} & \dfrac{ab}{XL} \\ \dfrac{ab}{XL} & \dfrac{b(b-1)}{L^2} \end{vmatrix} \cdot y(X, L).$$

Взаимодействующие в рамках производственной функции параметры в известном смысле могут замещать друг друга. На основе производственной функции можно рассчитать предельную норму замещения. Так, предельные нормы замещений для функции вида (2) равны

$$\frac{\partial X}{\partial L} = \left(\frac{y}{A}\right)^{\frac{1}{a}} \cdot L^{-\frac{b}{a}}, \quad \frac{\partial L}{\partial X} = \left(\frac{y}{A}\right)^{\frac{1}{b}} \cdot X^{-\frac{a}{b}}.$$

Изокванты

$$E(y) = \{(X, L) \geq 0: y = f(X, L\}$$

функции (2) представляются функциями замещения угроз затратами $X_y(L)$ или затрат угрозами $L_y(X)$.

Усложним внешний вид функции Кобба–Дугласа:

$$y = A(\delta X^a + (1-\delta)L^b)^\gamma, \tag{3}$$

где $y = y(t)$ – функция, описывающая состояние окружающей среды, причем положительно однородной степени $\mu = a + b$, $0 < \mu < 1$; $X(t)$ – вектор-функция факторов угроз, $L(t)$ – капиталовложение на ликвидацию влияний факторов угроз, $0 < a < 1$ – коэффициент эластичности по фактору угроз; $0 < b < 1$ – коэффициент эластичности по капиталовложению; $\gamma = \frac{\mu}{ab}$ – ненулевая постоянная; A – коэффициент пропорциональности, он учитывает влияние факторов, не вошедших в уравнение (3), их конкретные числовые значения определяются на основе статистических данных с помощью численных методов.

Из выражения (3) выразим функцию $L(t)$ – капиталовложение в следующем виде:

$$\delta X^a + (1-\delta)L^b = \left(\frac{y}{A}\right)^{\frac{1}{\gamma}}, \quad (1-\delta)L^b = \left(\frac{y}{A}\right)^{\frac{1}{\gamma}} - \delta X^a,$$

$$L^b = \frac{1}{1-\delta}\left(\frac{y}{A}\right)^{\frac{1}{\gamma}} - \frac{\delta}{1-\delta} X^a.$$

Производные нецелого порядка могут применяться для описания различных экономических процессов. Одной из отличительных особенностей производной Капуто является то, что ее действие на постоянную функцию дает ноль. Применение производной Капуто в экономическом анализе позволяет получать нулевые значения предельного индикатора нецелого порядка для постоянной функции. Известны левосторонние и правосторонние производные Капуто. Мы рассмотрим только левостороннюю производную, так как экономический процесс в момент времени зависит только от изменений состояния этого процесса в прошлом.

Используя левостороннюю производную, можно определить среднюю величину капиталовложений, учитывая при этом эффекты памяти в рассматриваемом процессе.

Функции y и L зависят от времени $t \in [0, T]$, причем $y', L' \epsilon L[0; T]$ [1]. Тогда функция, характеризующая экономический процесс загрязнения окружающей среды, может быть описана уравнением

$$\partial_{0t}^{\alpha} L^b(t) = f(X, y), \tag{4}$$

где

$$f(X, y) = \frac{1}{1-\delta}\left(\frac{y}{A}\right)^{\frac{1}{\gamma}} - \frac{\delta}{1-\delta} X^a.$$

Здесь $\partial_{0t}^{\alpha} f$ – оператор дробной производной в смысле Капуто с параметром $0 < \alpha < 1$ [1, 2].

Предположим, что начальное значение функции загрязнения $L = L(t)$, т.е. в начальный момент времени $t = 0$ равно определенному значению, не равному нулю, и скорость загрязнения в начальный момент времени соответствует другой константе, также не равной нулю, т.е. имеет место краевое условие

$$L(0) = L_1 \neq 0, \ \ L'(0) = L_2 \neq 0. \tag{5}$$

Уравнение (4) преобразуем, действуя оператором дробной производной Римана–Лиувилля $D_{0t}^{-\alpha}$. Получим

$$D_{0t}^{-\alpha}\partial_{0t}^{\alpha}L^b(t) = D_{0t}^{-\alpha}f(X,y). \tag{6}$$

Рассмотрим левую часть выражения (6). С учетом равенства [3]

$$\partial_{0t}^{\alpha}L^b(t) = D_{0t}^{\alpha}L^b(t) - \frac{L^b(0)}{\Gamma(1-\alpha)}t^{-\alpha} - \frac{(L^b(t))'|_{t=0}}{\Gamma(2-\alpha)}t^{1-\alpha}$$

левая часть выражения (6) принимает вид:

$$D_{0t}^{-\alpha}\partial_{0t}^{\alpha}L^b(t) = D_{0t}^{-\alpha}D_{0t}^{\alpha}L^b(t) - \frac{L^b(0)}{\Gamma(1-\alpha)}D_{0t}^{-\alpha}t^{-\alpha} - \frac{bL^{b-1}(0)L'(0)}{\Gamma(2-\alpha)}D_{0t}^{-\alpha}t^{1-\alpha}.$$

Рассмотрим каждое слагаемое, входящее в последнее равенство, в отдельности [1, 3]:

$$D_{0t}^{-\alpha}D_{0t}^{\alpha}L^b(t) = L^b(t);$$

$$D_{0t}^{-\alpha}t^{-\alpha} = \frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_0^t \tau^{-\alpha}\,(t-\tau)^{\alpha-1}d\tau = \Gamma(1-\alpha);$$

$$D_{0t}^{-\alpha}t^{1-\alpha} = \frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_0^t \tau^{1-\alpha}\,(t-\tau)^{\alpha-1}d\tau = t\Gamma(2-\alpha),$$

где $\Gamma(\alpha)$ – гамма-функция Эйлера [4].

С учетом полученных равенства и краевых условий (5) левая часть равенства (6) принимает вид:

$$D_{0t}^{-\alpha}\partial_{0t}^{\alpha}L^b(t) = L^b(t) - L^b(0) - bL^{b-1}(0)L'(0)t. \tag{7}$$

Зная значения функции $f(X,y)$

$$f(X,y) = \frac{1}{1-\delta}\left(\frac{y}{A}\right)^{\frac{1}{\gamma}} - \frac{\delta}{1-\delta}X^a,$$

правую часть выражения (6) можно переписать в виде:

$$D_{0t}^{-\alpha}f(X,y) = \frac{1}{1-\delta}\left(\frac{1}{A}\right)^{\frac{1}{\gamma}} D_{0t}^{-\alpha}y^{\frac{1}{\gamma}}(t) - \frac{\delta}{1-\delta}D_{0t}^{-\alpha}X^a(t). \tag{8}$$

Приравнивая выражения (7) и (8), получаем уравнение с дробной производной Римана–Лиувилля, решение которого при определенных параметрах δ, γ, A имеет аналитическое решение. В общем случае уравнение решается численными методами.

Заключение

Таким образом, можно справедливо утверждать, что для анализа функций загрязнения окружающей среды логично использовать производственную функцию, в том числе функцию Кобба–Дугласа, выраженную посредством дробной производной, в том числе по Капуто.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Нахушев А. М.* Дробное исчисление и его применение. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 272 с.
2. *Нахушев А. М.* Уравнения математической биологии. Москва: Высшая школа, 1995. 301 с.

3. *Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И.* Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987. 688 с.

4. *Лебедев Н. Н.* Специальные функции и их приложения. Москва-Ленинград, 1953. 379 с.

5. *Клейнер Г. Б.* Производственные функции: теория, методы, применение. Москва: Финансы и статистика, 1986. 239 с.

6. *Горбунов В. К.* Производственные функции: теория и построение. Ульяновск, 2013. 85 с.

7. *Ашманов С. А.* Математические методы и модели в экономике. Москва: МГУ, 1980. 199 с.

REFERENCES

1. Nakhushev A.M. *Drobnoe ischislenie i ego primenenie* [Fractional calculus and its application]. Moscow: FIZMATLIT, 2003. 272 p. (In Russian)

2. Nakhushev A.M. *Uravneniya matematicheskoj biologii* [Equations of mathematical biology]. Moscow: Higher school, 1995. 301 p. (In Russian)

3. Samko S.G., Kilbas A.A., Marichev O.I. *Integraly i proizvodnye drobnogo poryadka i nekotorye ih prilozheniya* [Integrals and derivatives of fractional order and some of their applications]. Minsk: Science and Technology, 1987. 688 p. (In Russian)

4. Lebedev N.N. *Special'nye funkcii i ih prilozheniya* [Special functions and their applications]. Moscow-Leningrad, 1953. 379 p. (In Russian)

5. Kleiner G.B. *Proizvodstvennye funkcii: Teoriya, metody, primenenie* [Production functions: Theory, methods, application]. Moscow: Finance and Statistics, 1986. (In Russian)

6. Gorbunov V.K. *Proizvodstvennye funkcii: teoriya i postroenie* [Production functions: theory and construction]. Ulyanovsk, 2013. 85 p. (In Russian)

7. Ashmanov S.A. *Matematicheskie metody i modeli v ekonomike* [Mathematical methods and models in economics]. Moscow: MSU, 1980. 199 p. (In Russian)

Информация об авторах

Шагин Сергей Иванович, д-р геогр. наук, профессор кафедры биологии, геоэкологии и молекулярно-генетических основ живых систем Института химии и биологии, помощник ректора, Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х. М. Бербекова;

360004, Россия, г. Нальчик, ул. Чернышевского, 173;

uniid-sergey@yandex.ru, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1784-5742

Езаова Алена Георгиевна, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры алгебры и дифференциальных уравнений, Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х. М. Бербекова;

360004, Россия, г. Нальчик, ул. Чернышевского, 173;

alena_ezaova@mail.ru

Information about the authors

Shagin Sergey Ivanovich, Doctor of Geographical Sciences, Professor of the Department of Biology, Geoecology and Molecular Genetic foundations of living systems, Institute of Chemistry and Biology, Assistant Rector, Kabardino-Balkarian State University named after Kh.M. Berbekov;

360004, Russia, Nalchik, 173 Chernyshevsky street;

uniid-sergey@yandex.ru, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1784-5742

Ezaova Alena Georgievna, Candidate of Physical and Mathematical sciences, Associate Professor of the Department of Algebra and Differential equations, Kabardino-Balkarian State University named after Kh.M. Berbekov;

360004, Russia, Nalchik, 173 Chernyshevsky street;

alena_ezaova@mail.ru