СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 519.7 Научная статья
DOI: 10.35330/1991-6639-2023-6-116-142-151
EDN: KRADRX

О нахождении оценки сложности дискретных k-значных функций

Д. П. Димитриченко

Институт прикладной математики и автоматизации –
филиал Кабардино-Балкарского научного центра Российской академии наук
360000, Россия, г. Нальчик, ул. Шортанова, 89 А

Аннотация. В настоящей работе вводятся понятия производной и интеграла дискретных k-значных функций с учетом свойств операций сложения и умножения по модулю k. Опираясь на свойство полноты интегрального разложения k-значных функций, автор предлагает универсальный метод оценки сложности k-значных полностью определенных функций, в т.ч. не имеющих аналитического представления, а задаваемых только табличным способом или представимых при помощи других таблично задаваемых функций. Исследована структура отношения «первообразная – производная» в зависимости от свойств числа k. Предложена модель в виде ориентированного графа этого отношения. Выделены три основных типа введенного отношения.

Ключевые слова: k-значная функция, оператор дифференцирования, оператор интегрирования, свойство полноты, функции интегрального базиса, ориентированный граф

Поступила 24.10.2023, одобрена после рецензирования 02.11.2023, принята к публикации 10.11.2023

Для цитирования. Димитриченко Д. П. О нахождении оценки сложности дискретных k-значных функций // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2023. № 6(116). С. 142–151. DOI: 10.35330/1991-6639-2023-6-116-142-151

MSC: 68P01 Original article

On finding an estimate of the complexity of discrete k-valued functions

D.P. Dimitrichenko

Institute of Applied Mathematics and Automation –
branch of Kabardino-Balkarian Scientific Center of the Russian Academy of Sciences
360000, Russia, Nalchik, 89 A Shortanov street

Abstract. In this paper the concept of derivative and integral of discrete k-valued functions is introduced, taking into account the properties of the operations of addition and multiplication modulo k. Based on the property of completeness of the integral expansion of k-valued functions, a universal method is proposed for estimating the complexity of k-valued fully defined functions, including not having an analytical representation, but specified only in a tabular way, or representable using other tabular functions. The structure of the “primitive – derivative” relation is studied depending on the properties of the number k. A model in the form of a directed graph of this relationship is proposed. Three main types of introduced relations are identified.

Keywords: k-valued function, differentiation operator, integration operator, completeness property, integral basis functions, directed graph

Submitted 24.10.2023, approved after reviewing 02.11.2023, accepted for publication 10.11.2023

For citation. Dimitrichenko D.P. On finding an estimate of the complexity of discrete k-valued functions. *News of the Kabardino-Balkarian Scientific Center of RAS.* 2023. No. 6(116). Pp. 142–151. DOI: 10.35330/1991-6639-2023-6-116-142-151

Введение

Широкое применение сложных логических функций, например, функций булевой алгебры для построения электронных логических схем, востребованных при проектировании программно-аппаратных компонентов вычислительной техники, а также алгоритмов логической обработки данных, привело к необходимости привлечения адаптированных аналогов дифференциального исчисления к вопросу анализа этих функций.

Для решения схемотехнической задачи построения электронной схемы функции, заданной, например, таблицей истинности, важно определить оптимальную структуру такой функции. Для решения этой задачи необходимо выявить характер влияния входных переменных на получаемый результат: какие из них являются важными, а какие – второстепенными.

Эту задачу позволяет решать приведенный в [1] метод получения частных производных заданной булевой функции первого и высших порядков. Для этой цели применяется дискретный аналог приращения функции при переключении исследуемой переменной. Эта переменная в первом случае принимает значение логического нуля, а во втором – логической единицы. Анализируется сумма по модулю 2 полученных выражений как дискретный аналог предельного приращения функции в исследуемой точке (анализируемой переменной). Чем больше единиц (переключений) производит полученное выражение на всех наборах остальных переменных, тем в большей мере зависит исходная функция от исследуемой переменной. Именно эту переменную целесообразно исключить (задействовать в первую очередь) при построении соответствующей электронной схемы данной функции, чтобы получить оптимально реализованную схему на основе логических элементов, сложения, умножения и скобок. Продолжая процесс исключения наиболее значимых переменных из суммы оставшихся подфункций, можно говорить о производных второго, третьего (и высших) порядков.

В работе [2] предложен метод полиномиального представления k-значных функций, позволяющий получать дискретные аналоги рядов Тейлора для исследуемых функций.

В [3] был предложен метод нахождения производных для переменнозначных логических функций и на их основе вычисления степени значимости входных переменных в совокупности продукционных правил исходной обучающей выборки.

Настоящая работа посвящена анализу взаимосвязи между свойствами известных алгебраических структур (кольца, поля) вместе с операциями сложения и умножения по модулю k [4] и свойствами отношения «первообразная – производная», построенного на множестве k-значных функций при помощи операторов дискретного интегрирования и дискретного дифференцирования.

Общая постановка задачи

Пусть на множестве $X = 0, 1, \dots, k-1$ задана некоторая k-значная функция $y = F(x): x \in X, F: X \to Y, Y = 0, 1, \dots, k-1$.

Очевидно, что мощность множества всех полностью определенных функций, например заданных табличным способом, будет равна k^k.

Прежде чем дать определения операторов дифференцирования и интегрирования на описанном множестве функций, введем две бинарные операции: сложения «+» и умножения «*» по модулю k.

Так как множества X и Y эквивалентны, то мы можем говорить о задании алгебраической структуры $\{k, +, *\}, k >= 2$ [3] с известными свойствами введенных операций (такими как коммутативность, ассоциативность и дистрибутивность), определяемыми значением k [4].

Если k является простым числом $k = p, p >= 2$, то $\{k, +, *\}$ будет полем (так как при этом отсутствуют делители нуля), в противном случае $\{k, +, *\}$ является кольцом.

Условимся, что пока не будет оговорено особо, «+» – это сложение по модулю k, а «*» – это умножение по модулю k.

Как мы увидим дальше, именно свойства алгебраической структуры $\{k, +,*\}$ и в конечном итоге структуры числа k будут оказывать непосредственное влияние на способ представления функций $y = F(x)$ и на структуру отношения «первообразная – производная» на указанном множестве всех возможных, полностью определенных функций.

Задача состоит в исследовании влияния свойств алгебраической структуры $\{k, +,*\}$ на характер отношения «первообразная – производная», заданного на множестве дискретных k-значных, полностью определенных функций.

Дифференцирование и интегрирование k-значных функций

В работах [5, 6] предложен метод дифференцирования логических функций, учитывающий направление изменения аргумента и значения исследуемой функции.

Введем понятие направления в порядке изменения значений k-значной переменной.

Пусть x – переменная k-значной логики, где k – некоторое натуральное число, $k \geq 2$.

Очевидно, что любое значение переменной x может быть получено при помощи выполнения конечного числа сложений единицы по модулю k.

Отметим на числовой прямой все возможные значения переменной x в порядке их возрастания.

Тогда, положив начальное значение x, равное некоторому x^*, и последовательно прибавляя к x единицу (по правилам сложения по модулю k), мы вернемся в исходную точку x^*, обойдя все точки в определенном направлении в сторону возрастания значений x.

Такое направление изменения значений переменной x мы будем считать положительным. Очевидно, что прибавляя к x значение k-1, мы обойдем все значения x в обратном порядке, в сторону убывания значений x, считая это направление отрицательным.

Таким образом, мы определили два направления (положительное и отрицательное) обхода всех значений переменной x. Условившись об однозначном выборе положительного направления изменения k-значной величины, рассмотрим дискретный аналог предельного перехода [5, 6].

В качестве аналога предельного перехода для дискретных k-значных функций рассмотрим приращение значения функции $F(x)$, отсчитываемого в положительном направлении, между двумя соседними (ближайшими) точками x_0 и $x_0 +1$, также выбранными в положительном направлении.

Очевидно, что указание для любой точки x^* из множества X такой соседней точки x^*+1 с учетом введенного положительного направления будет однозначным.

Определение. Производной $F'(x_0)$ функции $F(x)$ в точке x_0 называется величина положительного приращения функции при изменении значения аргумента x_0 на единицу в положительном направлении, такое, что:

$$F(x_0 + 1) = F(x_0) + F'(x_0).$$

Интегральный базис

В работах [5, 6] были исследованы свойства операторов дифференцирования и интегрирования.

Построение и исследование дискретных аналогов формул Маклорена и Тейлора позволили получить универсальное представление любой полностью определенной функции $y = F(x)$: $y = 0, 1, \dots, k-1, x = 0, \dots, k-1$.

Было показано, что коэффициенты этих формул являются последовательно вычисляемыми определенными интегралами следующего вида:

$$I_0(x) == 1 - \text{единичная константа},$$

$$I_1(x) = \int_0^x I_0(t)dt - \text{ линейная функция},$$

$$\dots,$$

$$I_{k-1}(x) = \int_0^x I_{k-2}(t)dt.$$

При этом для $I_i(0) = 0, i = 1, \dots, k-1$.

На основе полученных соотношений найдено универсальное представление любой из k^k полностью определенных k-значных функций $y=F(x)$ в виде линейной комбинации k интегральных функций.

В силу чего найденная совокупность базисных функций получила название интегрального базиса и была доказана теорема о его полноте:

Теорема 1. Любая из произвольных k^k полностью определенных k-значных логических функций $F(x)$ представима виде линейной комбинации системы интегральных функций: $I_0(x), I_1(x), \dots, I_{k-1}(x)$ вместе с операциями +, * и константой 0.

Полученное представление имеет следующий вид:

$$F(x) = \sum_{j=0}^{k-1} F^{(j)}(0) I_j(x).$$

Заметим, что все константы, участвующие в линейной комбинации приведенного интегрального представления, являющиеся значениями производных функции $F(x)$ до порядка k-1 включительно, в некоторой фиксированной точке разложения x_0 всегда могут быть получены путем выполнения соответствующего количества суммирований функции $I_0(x)$, которая тождественно равна единице.

Строго говоря, нулевая константа также может быть получена аналогичным образом как результат выполнения действия $0 = k * I_0(x)$.

Способ представления функций интегрального базиса

Рассмотрим вопрос о возможности аналитического представления и реализации функций интегрального базиса.

Численный алгоритм построения функций интегрального базиса $I_0(x), I_1(x), \dots, I_{k-1}(x)$ вытекает из способа доказательства их существования и состоит в последовательном вычислении приведенных выше определенных интегралов, начиная с единичной константы, в границах от 0 до k-1.

Таким образом, эти функции могут считаться известными, фактически однократно вычисленными для определенного значения k и вследствие этого таблично заданными для конкретного числа k.

Однако практический интерес представляет получение общей формы k интегральных функций для целей выявления общих свойств множества k^k k-значных функций.

Каждая из k-1 интегральных функций $I_i(x), i = 1, \dots, k-1$ обращается в ноль в i подряд идущих точках области определения, так что:

$I_1(x)$ обращается в 0 в точке $x=0$;

$I_2(x)$ обращается в 0 в двух точках: $x=0$ и $x=1$ и т.д.;

$I_{k-1}(x)$ обращается в 0 в k-1 точках: от $x=0$ и до $x=k-2$.

Данное свойство вытекает из способа построения функций интегрального базиса как значений коэффициентов формулы Тейлора (Маклорена).

При этом все k функций являются целочисленными и принимают значения в диапазоне от 0 до k-1.

С учетом изложенных свойств можем записать:

$$I_0(x) \ = \ 1 \ / \ 0!,$$

$$I_1(x) \ = \ x \ / \ 1!,$$

$$I_2(x) \ = \ x * (x \ + k - 1) \ / \ 2! \ | \ k,$$

$$\dots$$

$$I_{k-1} \ (x) \ = \ x(x \ + k - 1) \dots (x \ + k + 2) \ / \ k - 1! \ | \ k.$$

В данном представлении интегральных функций «+» – это сложение по модулю k, которое в силу скобок выполняется первым.

Далее последовательно выполняются операции арифметического умножения «*» как в числителе, так и в знаменателе для нахождения значения факториала. При этом учитывается известное соотношение $0! = 1$.

После этого отыскивается результат арифметического деления числителя на знаменатель «/», который в силу структуры числителя и знаменателя при любых значениях $x=0, 1, \dots, k-1$ является целым числом.

После этого выполняется операция приведения результата вычисления дроби в область значений алгебраической структуры $\{k, +, *\}$ путем нахождения остатка от деления полученного числа на k, так как «|» – это известный в алгебре оператор получения остатка от деления на k.

Заметим, что методом математической индукции нетрудно показать, что при любых значениях $x = 0,1, \dots, k-1$ результатом деления числителя на факториал в знаменателе всегда будет являться целое (натуральное, включая ноль) число.

Мы видим, что предложенный общий вид полиномиального представления k функций интегрального базиса для любого заданного $k \ \geq \ 2$ наряду с операциями, принадлежащими кольцу (или полю) $\{k, +, *\}$ сложения и умножения по модулю k, включает в себя также не принадлежащие данной алгебраической структуре операции арифметического умножения, арифметического деления и взятия остатка при делении числа на целое.

В силу этого предложенный выше способ представления функций интегрального базиса мы будем называть метаполиномиальным представлением. А сами эти функции в предложенном представлении – метаполиномами.

При этом нетрудно заметить, что функции интегрального базиса имеют явную степенную природу и характер метаполиномиального усложнения с ростом индекса i внутри интегрального базиса, $i = 0, 1, \dots, k-1$, начиная с ненулевой (единичной) константы $I_0(x) \ == \ 1$.

Выявленное свойство было бы не очевидно только при использовании табличного способа задания функций интегрального базиса.

Однако произвести более точную оценку сложности как метаполиномов между собой, так и всей совокупности k^k k-значных функций, причем в зависимости от значения k, позволяет дифференциальный критерий сложности.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ КРИТЕРИЙ СЛОЖНОСТИ

Располагая теоремой о полноте представления k-значных функций, учтем следствия.

Следствие 1. Для получения производной функции *f(x)*, представленной в виде интегрального разложения, необходимо продифференцировать интегральные коэффициенты:

$$F'(x) = \sum_{j=0}^{k-1} F^{(j)}(0) I_j'(x).$$

Отсюда видно, что для нахождения высших производных функции $F(x)$ необходимо получить значения высших производных функций интегрального базиса $I_0(x), I_1(x), \dots, I_{k-1}(x)$.

Следствие 2. Для нахождения производной функции *F(x)*, заданной своим интегральным представлением, необходимо все коэффициенты при функциях интегрального базиса сдвинуть на один влево, а для нахождения первообразной – вправо. При сдвиге влево коэффициент при $i_0(x)$ теряется как неинформативный, а при сдвиге вправо заполняется заданной константой c, определяя одну из k первообразных $c = 0, \dots, k-1$.

Следствие 3. Если хотя бы одна из производных высшего порядка функции *F(x)* обращается в нулевую константу, то с ростом порядка производной это приводит к последовательному обнулению всех коэффициентов в интегральном разложении, начиная с самого правого, а следовательно, и к последовательному упрощению интегрального представления функции *F(x)* до нулевой константы.

Например, для системы функций $k^k = 3^3 = 27$ при k=3 квадратичные полиномы при дифференцировании обращаются в линейные функции, которые в свою очередь упрощаются при дифференцировании до ненулевых констант, при дальнейшем дифференцировании любая ненулевая константа обращается в нулевую.

Отметим, что в этом случае каждая из функций интегрального базиса $I_0(x)$, $I_1(x)$, $I_2(x)$ переходит в предыдущую функцию за однократное дифференцирование (один шаг дифференцирования).

А максимально сложная в данной системе функция, т.е. полином второго порядка, обращается в нулевую константу за три шага дифференцирования.

Для тех случаев, когда $\{k, +, *\}$ является полем (при простом k), метаполиномы, а следовательно, и все функции, представимы в явном (полиномиальном) виде. При этом сложность k^k функций соотносится со степенью рассматриваемых полиномов.

Ниже приведены функции интегрального базиса в табличной форме задания, по которым можно убедиться в сделанных выводах.

Таблица 1. Функции интегрального базиса

Table 1. Integral basis functions

X	$I_0(x)$	$I_1(x)$	$I_2(x)$
0	1	0	0
1	1	1	0
2	1	2	1

$$I_0(x) = 1,$$

$$I_1(x) = x,$$

$$I_2(x) = 2x^2 + x.$$

Таким образом, мы можем в качестве критерия сложности предложить количество последовательных дифференцирований, обращающих заданную k-значную функцию $F(x)$ в нулевую константу.

Тогда нулевая константа имеет нулевую степень сложности.

Ненулевые константы имеют степень сложности, равную единице.

Линейные функции вида $F(x)=a*x+b$ имеют степень сложности, равную двум, где a – ненулевая k-значная константа.

Таким образом, можно вычислить сложность любой из k^k полностью определенных функций при заданном значении k.

А поскольку интегральный базис отвечает свойству полноты, то анализ всей совокупности k-значных функций можно свести к анализу функций интегрального базиса.

При этом на всей совокупности k^k полностью определенных функций можно ввести отношение «первообразная – производная», в рамках которого две функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ являются принадлежащими данному отношению, если функция $f_1(x)$ является первообразной функции $f_2(x)$. А функция $F_2(x)$ является производной функции $F_1(x)$.

Представление в виде орграфа

Так как функции полностью определенные, то согласно свойству существования собственных первообразных не каждая из них имеет собственную первообразную, но каждая из них имеет собственную, однозначным образом определяемую производную согласно приведенному выше определению производной.

Для каждой из k^k функций существует однозначным образом вычисляемая производная, также принадлежащая множеству k^k функций.

Таким образом, для любого заданного k, $k \geq 2$, и k^k полностью определенных функций одной переменной мы можем говорить о существовании и процедуре построения ориентированного орграфа $G^F = \{V(k^k), D\}$, где носителем ориентированного графа G^F являются множество V вершин, взвешенных k^k функциями, например, однозначным образом перенумерованными при помощи вычисления десятичного эквивалента совокупности принимаемых ими значений. D – множество дуг, соединяющих каждую вершину (определенную функцию) с однозначным образом соответствующей ей производной.

Как мы увидим дальше, некоторые вершины будут обладать еще и петлями. Например, производная нулевой константы сама является нулевой константой.

В качестве тривиального примера рассмотрим систему функций при $k=2$.

Функции перенумерованы в соответствии с десятичным эквивалентом их значений.

Таблица 2. Функции двузначной логики

Table 2. Two-valued logic functions

X	$F_0(x)$	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_3(x)$
0	0	0	1	1
1	0	1	0	1

В этом случае мы располагаем пространством из $2^2 = 4$ функций:

$F_0(x)$ – Константа 0;

$F_1(x)$ – Переменная x;

$F^2(x)$ – Отрицание x;

$F_3(x)$ – Единичная константа.

Производные $F_1(x)=x$- и $F_2(x)=-x$ при дифференцировании дают единичную константу $F_3(x)==1$.

Единичная константа при окончательном дифференцировании дает нулевую константу $f_0(x)==0$.

Как отмечалось выше, константа 0 имеет петлю.

Соединив дугами вершины, в которых расположены соответствующие пары функций, одна из которых является непосредственной производной другой, мы выстраиваем орграф отношения «первообразная – производная».

Изменив направление дуг на противоположные и удалив петлю при нулевой константе, мы получим совокупность последовательных интегрирований.

В данном случае все множество функций получается при помощи последовательного применения оператора интегрирования к нулевой константе с учетом всех возможных для первообразных.

Таким образом, мы построили древовидную иерархическую модель 2^2 функций при $k=2$.

Очевидно, что, пользуясь аналогичным алгоритмом, можно выстроить такое же отношение для любого заданного k, $k \geq 2$.

Были проведены вычислительные эксперименты для некоторых различных по свойствам значений k.

Заключение

По результатам проделанной работы можно сделать следующие выводы:

1. Операции сложения и умножения по модулю k вместе с совокупностью чисел $0, 1, \ldots, k-1$ образуют алгебраические структуры двух типов: кольцо и поле в зависимости от свойств самого числа k.

2. Вводится множество k-значных, полностью определенных функций $F: X \rightarrow Y$, множества X, Y состоят из k элементов.

3. На множестве всех k^k функций определяются операторы дифференцирования и интегрирования.

4. Вся совокупность функций k^k связывается отношением «первообразная – производная».

Удалось определить 3 случая.

Случай 1. k является простым числом $k = p, p \geq 2$.

Алгебраическая структура $\{k, +, *\}$ является полем.

Все k^k функций представимы в виде полиномов до степени p-1 включительно.

Соответствующие k функциям интегрального базиса метаполиномы представимы в явном виде при помощи операций «+» и «*» по модулю k.

Отношение «первообразная – производная» образует единственное односвязное дерево с нулевой константой в корне. Общее направление дуг происходит от листьев к нулевой константе, расположенной в корне дерева.

Случай 2.

Значение k является числом вида $k = p^l$, где p – простое число, $p \geq 2$, а l – натуральное число, $l \geq 2$.

Алгебраическая структура $\{k, +, *\}$ является кольцом с делителями нуля.

Совокупность k^k функций по свойствам дифференцирования является полиномиальной, т.е. последовательное дифференцирование любой из этих функций приводит к нулевой константе.

Однако не все они представимы в виде соответствующих полиномов при помощи операций «+» и «*» по модулю k, что также относится и к метаполиномам.

В этом случае такие квазиполиномиальные функций задаются таблично или через другие аналогичные функции.

Однако отношение «первообразная – производная», как и в первом случае, образует односвязное дерево с нулевой константой в корне.

Случай 3. Число k является составным числом, в структуре которого содержатся два и более простых числа, возможно, в степенях больше единицы.

Алгебраическая структура $\{k, +, *\}$ является кольцом с делителями нуля.

Множество k^k функций образуют самую богатую по свойствам систему. Наряду с полиномиальными и квазиполиномиальными, т.е. не представимыми при помощи полиномов функциями, содержатся квазитригонометрические функции.

Последовательное дифференцирование таких функций через конечное число шагов приводит к исходной функции, что напоминает известное свойство некоторых тригонометрических функций.

При этом имеются также аналоги экспоненциальных функций (квазиэкспоненциальные функции), результат однократного дифференцирования которых тождественно равен самим исходным функциям.

В этом случае отношение «первообразная – производная» разбивается на несколько связных областей, распадающихся на три типа:

1. Древовидные структуры объединяют полиномиальные и квазиполиномиальные функции, последовательное дифференцирование которых приводит к нулевой константе.
2. Контуры, объединяющие классы связанных квазитригонометрических функций вместе с их соответствующими последовательными первообразными.
3. Односвязные, одновершинные области, вершины которых взвешены квазиэкспоненциальными функциями с петлей. Функции последних двух типов характеризуют системы с неупрощаемой сложностью. К таким системам относятся живые организмы и сложные технические системы, упрощение структуры которых на определенном шаге не приводит к более простой системе, а оборачивается потерей функциональности.

Однако вопрос о количестве перечисленных подпространств и количестве функций в каждом из них при заданном составном k остается открытым и является темой дальнейших исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Горбатов В. А.* Фундаментальные основы дискретной математики. Москва: Наука, 2000. 544 с.

2. *Пантелеев В. И.* Полиномиальное разложение K-значных функций по операторам дифференцирования и нормализации // Известия высших учебных заведений: Математика. 1998. № 1. С. 82–103.

3. *Lyutikova L.A.* Using a Boolean derivative to evaluate the significance of properties of recognized objects // E3S Web of Conferences 224. 2020. 01021.

4. *Кострыкин А. И.* Введение в алгебру. Москва: Наука, 1977. 320 с.

5. *Димитриченко Д. П.* Об одном способе дифференцирования логических функций // Материалы международной конференции молодых ученых «Математическое моделирование фрактальных процессов, родственные проблемы анализа и информатики». Нальчик, 2011. С. 103–105.

6. *Димитриченко Д. П.* К вопросу о представлении логической функции через ее производные // Материалы II международного российско-узбекского симпозиума «Уравнения смешанного типа и смежные проблемы анализа и информатики». Нальчик, 2012. С. 92–94.

REFERENCES

1. Gorbatov V.A. *Fundamental'nyye osnovy diskretnoy matematiki* [Fundamental foundations of discrete mathematics]. Moscow: Nauka, 2000. 544 p. (In Russian)

2. Panteleev V.I. Polynomial decomposition of K-valued functions by Differentiation and normalization operators. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy: Matematika* [News of higher educational institutions: Mathematics]. 1998. No. 1. Pp. 82–103. (In Russian)

3. Lyutikova L.A. Using a Boolean derivative to evaluate the significance of properties of recognized objects. E3S Web of Conferences 224. 01021 (2020).

4. Kostrykin A.I. *Vvedeniye v algebru* [Introduction to algebra]. Moskow: Nauka, 1977. 320 p. (In Russian)

5. Dimitrichenko D.P. On one way of differentiating logical functions. *Materialy mezhdunarodnoy konferentsii molodykh uchenykh "Matematicheskoye modelirovaniye fraktal'nykh protsessov, rodstvennyye problemy analiza i informatiki"* [Proceedings of the international conference of young scientists "Mathematical modeling of fractal processes, related problems of analysis and computer science"]. Nalchik, 2011. Pp. 103–105. (In Russian)

6. Dimitrichenko D.P. On the representation of a logical function through its derivatives. *Materialy II mezhdunarodnogo rossiysko-uzbekskogo simpoziuma «Uravneniya smeshannogo tipa i smezhnyye problemy analiza i informatiki»* [Materials of the II International Russian-Uzbek Symposium "Equations of mixed type and related problems of analysis and computer science"] Nalchik, 2012. Pp. 92–94. (In Russian)

Информация об авторе

Димитриченко Дмитрий Петрович, канд. техн. наук, ст. науч. сотр. отдела нейроинформатики и машинного обучения, Институт прикладной математики и автоматизации – филиал Кабардино-Балкарского научного центра Российской академии наук;

360000, Россия, г. Нальчик, ул. Шортанова, 89 А;

dimdp@rambler.ru, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2399-3538

Information about the author

Dimitrichenko Dmitry Petrovich, Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher of the Department of Neuroinformatics and Machine Learning, Institute of Applied Mathematics and Automation – branch of Kabardino-Balkarian Scientific Center of the Russian Academy of Sciences;

360000, Russia, Nalchik, 89 A Shortanov street;

dimdp@rambler.ru, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2399-3538