МАТЕМАТИЧЕСКИЕ, СТАТИСТИЧЕСКИЕ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В ЭКОНОМИКЕ

УДК 330.42; 51-77 Научная статья
DOI: 10.35330/1991-6639-2023-1-111-48-56
EDN: CLUGTN

Экономико-математические модели анализа сложных систем в экономике на базе обобщенных уравнений Самуэльсона-Хикса

Х. Х. Калажоков, Ф. Х. Увижева

Институт информатики и проблем регионального управления –
филиал Кабардино-Балкарского научного центра Российской академии наук
360000, Россия, г. Нальчик, ул. И. Арманд, 37-а

Аннотация. Рассматриваются вопросы построения, реализации, а также применения экономико-математических моделей для исследования процессов в региональной экономике. Представлены возможности долговременного анализа региональной экономики в рамках модели Самуэльсона-Хикса с помощью двухточечной краевой задачи, суть которой заключается в решении краевой задачи методом двукратного решения задачи Коши в сочетании с методом прогонки. Для повышения эффективности анализа региональных экономик предлагается использовать метод инвариантного погружения, суть которого заключается в решении двухточечных краевых задач путем их сведения к системе задач Коши. Параметром погружения при построении решения систем задач Коши служит длина интервала времени решения задачи.

Ключевые слова: макроэкономика, обобщенные уравнения, двухточечная краевая задача, метод инвариантного погружения, метод погружения в дифференциальный процесс, уравнения Самуэльсона-Хикса

Поступила 30.10.2022, одобрена после рецензирования 23.01.2023, принята к публикации 16.02.2023

Для цитирования. Калажоков Х. Х., Увижева Ф. Х. Экономико-математические модели анализа сложных систем в экономике на базе обобщенных уравнений Самуэльсона-Хикса // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2023. № 1(111). С. 48–56. DOI: 10.35330/1991-6639-2023-1-111-48-56

Original article

Economic and mathematical models for analysis of complex systems in the economy based on generalized Samuelson-Hicks equations

Kh. Kh. Kalazhokov, F.Kh. Uvizheva

Institute of Computer Science and Problems of Regional Management –
branch of Kabardino-Balkarian Scientific Center of the Russian Academy of Sciences
360000, Russia, Nalchik, 37-a I. Armand street

Abstract. The work is devoted to the issues of construction, implementation, as well as the application of economic and mathematical models for the study of processes in the regional economy. The possibilities of a long-term analysis of the regional economy within the framework of the Samuelson-Hicks model using a two-point boundary value problem, the point of which is to solve the boundary value problem by the method of twice solving the Cauchy problem in combination with the sweep method, are presented. The method of invariant immersion is proposed to improve the efficiency of the analysis of regional economies, the point of which is to solve two-point boundary value problems by reducing them to the system of Cauchy problems. The length of the time interval of the solving problem is the immersion parameter in constructing solutions to systems of Cauchy problems.

Keywords: macroeconomics, generalized equations, two-point boundary value problem, invariant immersion method, differential process immersion method, Samuelson-Hicks model

Submitted 30.10.2022, approved after reviewing 23.01.2023, accepted for publication 16.02.2023

For citation. Kalazhokov Kh.Kh., Uvizheva F.Kh. Economic and mathematical models for analysis of complex systems in the economy based on generalized Samuelson-Hicks equations. *News of the Kabardino-Balkarian Scientific Center of RAS.* 2023. No. 1(111). Pp. 48–56. DOI: 10.35330/1991-6639-2023-1-111-48-56

Введение

Разработка и анализ математических моделей теории долгосрочного экономического роста и теории деловых циклов (бизнес-циклов) являются одной из актуальных задач современной макроэкономической динамики. Теория экономического роста является классическим предметом исследования экономики, восходящей к А. Смиту, Д. Рикоту, Т. Мальтусу, К. Марксу и другим исследователям.

Основы современной теории роста разработал Р. Солоу, создав неоклассическую модель экономического роста (Soloue, 1956). Модель роста Р. Солоу позволила изучить влияние экзогенных факторов роста (норма сбережения, темпы роста населения, технический прогресс) и получить условия устойчивого сбалансированного роста. Основным недостатком модели Солоу является использование экзогенного технического прогресса, не связанного с действиями экономических (агентов) субъектов. Большую роль в развитии теории деловых циклов сыграли работы А. Бернса, Х. Митчелла, И. Шумпетера, П. Самуэльсона, Дж. Хикса, А. Филлипса, Р. Гудвина и других.

В основе подхода Бернса и Митчелла к исследованию условных циклов лежит гипотеза, согласно которой динамика рядов выпуска обеспечивает экономический рост как возрастающий тренд, а циклы деловой активности представляют собой колебания вокруг тренда. И. Шумпетер (1982) рассматривал деловые циклы как отклонения от состояния равновесия, вызванные инновационными шоками.

Первый серьезный шаг в моделировании макроэкономической динамики был сделан Дж. М. Кейнсом на основе следующих упрощающих предположений:

1) состояние экономики описывается двумя агрегированными переменными, уравнением национального дохода (предложения товаров и услуг) и спросом на товары и услуги (спрос на инвестиции и на текущее потребление);

2) на макроэкономическом рынке товаров спрос рождает предложение;

3) совокупный спрос в текущий момент времени равен национальному доходу следующего момента времени и т.д.

К настоящему времени существует большое количество публикаций, посвященных развитию модели роста в различных направлениях. Анализ этих моделей показывает, что главной причиной неравномерного развития динамики национального дохода являются колебания спроса.

Различные модели для анализа бизнес-циклов были получены с использованием различных вариантов акселератора инвестиций и мультипликатора потребления, которые стали называться «Кейнсианскими моделями».

Наиболее полная формулировка модели с учетом взаимодействия мультипликатора и акселератора впервые дана П. Самуэльсоном (1936) и позднее была развита Дж. Хиксом (Hicks, 1950). Модель Самуэльсона-Хикса является линейной и применима для малых мощностей акселератора. В реальных деловых циклах решающую роль играет нелинейный акселератор, который удерживает взрывные колебания, возникающие в экономической системе с большой мощностью акселератора, в ограниченных пределах. Таким образом, представляют интерес разработанные А. Филлипсом и Р. Гудвином нелинейные модели взаимодействия мультипликатора-акселератора с учетом запаздывающих факторов. Динамика циклических колебаний в экономической системе определяется главным образом нелинейностью и запаздываниями во времени. Кроме того, взаимодействие мультипликатора служит необходимым механизмом распространения циклических колебаний.

Главным недостатком математических моделей экономического роста и деловых циклов является изолированное рассмотрение роста и циклических колебаний без учета их взаимодействия. Циклы деловой активности представляют собой отклонения реального совокупного выпуска от своего долгосрочного тренда (Р. Лукас, 1977). Следовательно, нельзя изучать изолированно экономический рост и циклические колебания.

В 1980 г. Э. Кюдландом и Э. Прескоттом были предприняты попытки объединить теорию экономического роста с теорией деловых циклов. Они показали, что эффект долгосрочного роста есть следствие краткосрочных циклических воздействий, т.е. технический прогресс является основным фактором долгосрочных изменений в экономике и краткосрочных колебаний уровня выпуска в силу того, что технологическое развитие неравномерно во времени. В заключение заметим, что представляет интерес вывод основного уравнения макроэкономической динамики, описывающего совместное воздействие долгосрочного роста и деловых циклов с учетом основных факторов долгосрочных изменений в экономике согласно современным представлениям. Кроме того, анализ рассмотренных моделей представляет интерес для развития теоретического инструментария, необходимого в исследованиях экономической динамики [1–2].

Несмотря на свою простоту, предложенная много лет назад модель Самуэльсона-Хикса остается актуальной и по-прежнему дает ответы и обоснования проблемы циклов деловой активности национальной экономики.

Современные исследования показывают, насколько сильна способность модели Самуэльсона представлять устойчивые колебания, сходящиеся к равновесному значению [3]. Это особенно характерно для трех случаев:

1) для классической мультипликаторно-акселераторной модели Самуэльсона для национальной экономики с постоянными государственными расходами, где аналитически определена область устойчивости и ее аналитическое решение во всех возможных случаях вещественных или комплексных собственных значений национального дохода;

2) для запаздывающей версии модели Самуэльсона, представленной у Барроса и Ортеги [4], где область стабильности в основном связана с колебательным поведением экономики;

3) простой нелинейной переформулировки исходной модели Самуэльсона с непостоянными государственными расходами [5].

1. Модель макроэкономической динамики долгосрочного роста экономики в форме Самуэльсона-Хикса

Рассмотрим модель макроэкономической динамики долгосрочного роста экономики в виде двухточечной краевой задачи для линейного обыкновенного дифференциального уравнения Самуэльсона-Хикса после перехода к непрерывному времени *t*, т.е. при $\Delta t \to 0$, в виде:

$$\frac{d^2u(t)}{dt^2} + (1-r)\cdot\frac{du(t)}{dt} + (1-c)\cdot u(t) = C_0 + I_0\,, \tag{1.1}$$

$$u(0) = u_0 = 0,\ \ u(T) = u_T\,,\ 0 \le t \le T\,, \tag{1.2}$$

где $u(t)$ – национальный доход; $0 \le r < 1-$ коэффициент акселерации, т.е. прирост потребности в инвестициях при увеличении ВВП на единицу; $0 < c < 1-$ предельная скорость к потреблению; $0 \le t \le T-$ промежуток времени, область определения задачи, $C_0, I_0 = const$.

В основе уравнения (1.1) лежит балансовое соотношение для национального дохода, т.е. условие равенства спроса и предложения в виде:

$$u(t) = C(t) + I(t) + G(t),$$

где $u(t)$ – национальный доход; $C(t)$ – объем потребления; $I(t)$ – индуцированные чистые инвестиции в частном секторе; $G(t)$ – государственные инвестиции; t – время.

Кроме того, считаются выполненными соотношения

$$C(t) = \alpha \cdot u(t); \quad I(t) = \beta \cdot \frac{du(t)}{dt}; \; G(t) = I_0 = const; \alpha, \beta = const, \tag{1.3}$$

где α – коэффициент мультипликации; β – коэффициент акселерации, отражающие связь между изменением инвестиций в экономику и последующим изменением величины дохода.

2. Преобразование уравнения Самуэльсона-Хикса к безразмерной форме

Для удобства дальнейших рассуждений в уравнении (1.1) перейдем к безразмерным величинам. Пусть масштабные величины $u_s(t)$ и t обозначены через $U_{sM}(t)$ и t_M. Тогда для перехода к безразмерным величинам получим формулы:

$$u = U_{sM} u_s,$$
$$t = t_M \tau. \tag{2.1}$$

С помощью (2.1) получим производные первого и второго порядков от безразмерных величин:

$$\frac{du}{dt} = \frac{U_{sM}}{t_M} \frac{du_s}{d\tau}; \qquad \frac{d^2u}{dt^2} = (\frac{U_{sM}}{t_M})^2 \frac{d^2u_s}{d\tau^2}. \tag{2.2}$$

С помощью соотношений (2.1) и (2.2) однородное уравнение (1.1) преобразуем к безразмерному виду:

$$\frac{d^2u_s}{d\tau^2} + a_1 \frac{du_s}{d\tau} + a_2 u_s = a_3, \tag{2.3}$$

где

$$a_1 = (1-r)\frac{t_M}{U_{sM}}, \; a_2 = (1-c)\frac{t_M^2}{U_{sM}}, \; a_3 = (c_0 + I_0)\frac{t_M^2}{U_{sM}^2}.$$

Краевые условия для уравнения (2.3) в безразмерных величинах примут вид:

$$u_s(0) = u_0, u_s(\tau_T) = u_T. \tag{2.4}$$

Таким образом, приходим к двухточечной краевой задаче (2.3), (2.4) в безразмерных величинах.

3. Сравнение двухточечной граничной задачи и задачи Коши для уравнения Самуэльсона-Хикса

Двухточечные краевые задачи принципиально отличаются от задач Коши в смысле корректности постановки задачи, т.е. существования и единственности решения. Легко построить двухточечную краевую задачу, которая имеет одно решение, имеет бесконечно много решений или не имеет решений. Это принципиально отличается от ситуации, которая устанавливается теоремой существования и единственности для задачи Коши. Как известно, вычислительные машины хорошо приспособлены к итерационным методам решения задачи Коши с заданным набором начальных данных в одной точке. Рассмотрим пример сравнительного анализа двухточечной краевой задачи с задачей Коши для однородного уравнения Самуэльсона-Хикса в следующем виде:

$$\frac{d^2u_s(t)}{dt^2}+(1-r)\cdot\frac{du_s(t)}{dt}+(1-c)\cdot u_s(t)=0, \tag{3.1}$$
$$u_s(0)=u_0,\ u_s(T)=u_T,$$

где $0\le t\le T$; r, c — параметры задачи, обладающие свойствами $0\le r\le 1;\ 0\le c\le 1$.

Характеристическое уравнение имеет вид: $\lambda^2+(1-r)\lambda+(1-c)=0$. Корни характеристического уравнения имеют вид:

$$\lambda_{1,2}=-\frac{1-r}{2}\pm\sqrt{(\frac{1-r}{2})^2-(1-c)}. \tag{3.2}$$

Таким образом, общее решение задачи (3.1) получаем в виде:

$$u_s=c_1e^{\lambda_1 t}+c_2e^{\lambda_2 t},\ \lambda_1\ne\lambda_2. \tag{3.3}$$

Найдем постоянные c_1, c_2 с помощью краевых условий

$$\begin{cases} c_1+c_2=u_0, \\ c_1e^{\lambda_1 T}+c_2e^{\lambda_2 T}=u_T. \end{cases} \tag{3.4}$$

Если детерминант системы алгебраических уравнений (3.4) имеет вид:

$$D(T)=e^{\lambda_2 T}-e^{\lambda_1 T}\ne 0,$$

то задача (3.1) имеет единственное решение. Это имеет место для всех $T>0$, если λ_1 и λ_2 – действительные числа и $\lambda_1\ne\lambda_2$.

Если для параметров *r* и *c* выполняются соотношения

$$(1-r)^2-4(1-c)\ge 0,\ r\le 1-2\sqrt{1-c},$$

то, как видно из (3.2), корни отрицательны, $\lambda_1<0, \lambda_2<0$, поэтому экономика устойчива.

Здесь и далее под понятием «устойчивая экономика» понимается экономика устойчивого состояния, стремящаяся к незначительно колеблющимся показателям численности населения, потребления энергии и материалов, рождаемость приблизительно равна смертности, инвестиции равны амортизации.

Если же параметры (r, c) связаны соотношением

$$(1-r)^2-4(1-c)<0,\ r>1-2\sqrt{1-c},\ r<1,$$

то корни λ_1 и λ_2 – комплексные, взаимно сопряженные. Если действительные части корней отрицательны ($r<1$), то экономика устойчива и ведет себя как гармоническое колебание с экспоненциально убывающей амплитудой.

В этом случае двухточечная краевая задача не имеет решения.

Рассмотрим теперь задачу Коши для уравнения Самуэльсона-Хикса в следующем виде:

$$\frac{d^2u_s}{dt^2}+(1-r)\cdot\frac{du_s}{dt}+(1-c)\cdot u_s=0, \tag{3.5}$$

$$u_s(0)=u_{s0},\ \frac{du_s}{dt}(0)=u_{s1}, \tag{3.6}$$

где $0\le t\le T$, $0\le r\le 1$; $0\le c\le 1$.

Если параметры задачи (3.5) и (3.6) связаны соотношением

$$(1-r)^2-4(1-c)\ge 0,\ r\le 1-2\sqrt{1-c},$$

то корни действительны и, как следует из (3.2), отрицательны, поэтому экономика устойчива.

Общее решение задачи (3.5), (3.6) получается в виде:

$$u_s=c_1e^{\lambda_1 t}+c_2e^{\lambda_2 t},\ \lambda_1\ne\lambda_2. \tag{3.7}$$

Найдем постоянные c_1, c_2 с помощью начальных данных (3.6):

$$\begin{cases} c_1+c_2=u_{s0} \\ c_1\lambda_1+c_2\lambda_2=u_{s1} \end{cases}. \tag{3.8}$$

Детерминант системы алгебраических уравнений (3.8) тогда имеет вид:

$$D=\lambda_2-\lambda_1=-\sqrt{(1-r)^2-4(1-c)}.$$

Если $(1-r)^2-4(1-c)=0$, задача (3.5), (3.6) не имеет решения. Если $(1-r)^2-4(1-c)>0$, корни действительные и задача (3.5), (3.6) имеет решение. Если же $(1-r)^2-4(1-c)<0$, корни (3.8) комплексные и сопряженные. Решение описывает колебательные процессы в экономике.

Представляет интерес исследование зависимости решения задачи от параметров c и r:

$$1)\ c\ge 1, r\ge 1$$
$$2)\ c>1, r>1.$$

4. Двухточечная краевая задача для уравнения Самуэльсона-Хикса для анализа долгосрочного развития экономики

Рассмотрим двухточечную краевую задачу для уравнения Самуэльсона-Хикса в безразмерной форме для анализа долгосрочного развития экономики в виде (2.3), (2.4):

$$\begin{gathered} \frac{d^2u_s}{d\tau^2}+a_1\frac{du_s}{d\tau}+a_2u_s=a_3, \\ u_s(\tau_0)=u_0,\ u_s(\tau_T)=u_T, \\ \tau_0\le\tau\le\tau_T, \end{gathered} \tag{4.1}$$

где a_1, a_2, $a_3-const.$

Общее решение уравнения задачи (4.1) можно записать в виде:

$$u_s(\tau)=c_1u_{s1}(\tau)+c_2u_{s2}(\tau)+u_{s0}(\tau),$$

$u_{s0}(\tau)$ – некоторое частное решение уравнения (4.1); функции $u_{s1}(\tau)$ и $u_{s2}(\tau)$ – линейно независимые решения уравнения

$$\frac{d^2u^*_s}{d\tau^2}=a_2u^*_s.$$

Если функции $u_{s0}(\tau), u_{s1}(\tau), u_{s2}(\tau)$ найдены, то из граничных условий (4.1) можно найти постоянные c_1, c_2 и получить решение исходной краевой задачи. Таким образом, в более общем случае для нахождения трех функций $u_{s0}(\tau), u_{s1}(\tau)$, $u_{s2}(\tau)$ нужно решить три задачи Коши.

Для уменьшения объема вычислительных работ будем использовать метод, при котором задачу Коши нужно решать только два раза. Найдем частное решение $u_{s1}(\tau)$ уравнения (4.1), чтобы оно удовлетворяло условию $u_{s1}(\tau_0)=u_0$. Для этого положим $u_{s1}(\tau_0)=\alpha$, где α – некоторое произвольное число.

Найдем решение $u_{s1}(\tau)$ уравнения (4.1), при $\tau=\tau_0$, удовлетворяющее условию $u_{s1}(\tau_0)=\gamma\neq 0$.

Заметим, что при любом C функция

$$u_s(\tau)=cu_{s1}(\tau)+u_{s0}(\tau) \tag{4.2}$$

будет решением уравнения (4.1), удовлетворяющим условию $u_{s1}(\tau_0)=\alpha$. Для удовлетворения условию $u_{sT}(\tau_T)=\beta$ на правом конце отрезка подберем соответствующим образом c:

$$c=\frac{\beta-u_{sT}(\tau_T)}{u_{s1}(\tau_T)}. \tag{4.3}$$

Функция (4.2), где c определено из равенства (4.3), будет решением краевой задачи (4.1). Для решения задачи Коши для уравнения краевой задачи (4.1) с условием $u_{s1}(\tau_0)=\alpha$ и для уравнения (4.1) с условием $u_{s1}(\tau_0)=\gamma$ можно применить любой из известных численных методов решения задачи Коши.

В заключение отметим, что для эффективного решения задачи долгосрочного анализа национальных экономик с помощью краевых задач для уравнения Самуэльсона-Хикса может быть использован метод инвариантного погружения [6]. Суть метода инвариантного погружения состоит в решении двухточечных краевых задач для уравнения национальных экономик путем сведения к задачам Коши методом погружения в дифференциальный процесс. Параметром погружения служит длина интервала времени $T=\tau_T-\tau_0$.

Заключение

Данная статья предлагает теоретическое расширение базовой версии модели Самуэльсона-Хикса, а также теоретическое руководство для достижения равновесия этой модели.

Предложенная модель в виде двухточечной граничной задачи для уравнения Самуэльсона-Хикса и ее простые модификации являются эффективным инструментом для анализа свойств экономики и могут дать мощные инструменты для изучения экономических процессов.

Анализ решения задачи для развития национальной экономики в рамках модели Самуэльсона-Хикса легко реализовать методом инвариантного погружения. Здесь параметром погружения при построении системы задач Коши, изоморфных исходной краевой задаче (4.1), является длина интервала времени T. Калибровка параметров с реалистичными результатами оставлена для будущей работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Березин И. С., Жидков Н. П.* Методы вычислений. Москва: Издательство физико-математической литературы, 1962. Т. 2. 464 с.
2. *Каста Дж., Калаба Р.* Методы погружения в прикладной математике. Москва: Мир, 1976.
3. *Tramontana F., Gardini L.* Revisiting Samuelson's models, linear and nonlinear, stability conditions and oscillating dynamics // *Economic Structures*. 2021. No. 10. Art. 9. https://doi.org/10.1186/s40008-021-00239-3
4. *Barros M.F., Ortega F.* An optimal equilibrium for a reformulated Samuelson economic discrete time system // *Economic Structures. 2019. No.* 8. Art. 29. https://doi.org/10.1186/s40008-019-0162-2
5. *Ortega F., Barros M.F.* The Samuelson macroeconomic model as a singular linear matrix difference equation // *Economic Structures*. 2020. No. 9. Art. 36. https://doi.org/10.1186/s40008-020-00207-3
6. *Калажоков Х. Х., Увижева Ф. Х.* Исследование неравновесных процессов в монетарной экономике методом погружения в дифференциальный процесс // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2020. № 1(93). С. 35–45. DOI: 10.35330/1991-6639-2020-1-93-35-45.

Информация об авторах

Калажоков Хасан Хажмурзович, ст. науч. сотр. отдела математических методов исследования сложных систем и процессов, Институт информатики и проблем регионального управления – филиал Кабардино-Балкарского научного центра РАН;

360000, Россия, г. Нальчик, ул. И. Арманд, 37-а;

khasan_kalazhokov@mail.ru, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7523-9353

Увижева Фатима Хасановна, науч. сотр. отдела математических методов исследования сложных систем и процессов, Институт информатики и проблем регионального управления – филиал Кабардино-Балкарского научного центра РАН;

360000, Россия, г. Нальчик, ул. И. Арманд, 37-а;

fatimauvizheva@mail.ru, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8228-8543

REFERENCES

1. Berezin I.S., Zhidkov N.P. *Metody vychislenij* [Calculation methods]. Moscow: Izdatel'stvo fiziko-matematicheskoj literatury, 1962. Vol. 2. 464 p. (In Russian)
2. Kasta Dzh., Kalaba R. *Metody pogruzheniya v prikladnoj matematike* [Immersion methods in applied mathematics]. Moscow: Mir, 1976. (In Russian)
3. Tramontana F., Gardini L. Revisiting Samuelson's models, linear and nonlinear, stability conditions and oscillating dynamics. *Economic Structures*. 2021. No. 10. Art. 9. https://doi.org/10.1186/s40008-021-00239-3
4. Barros M.F., Ortega F. An optimal equilibrium for a reformulated Samuelson economic discrete time system. *Economic Structures*. 2019. No. 8. Art. 29. https://doi.org/10.1186/s40008-019-0162-2

5. Ortega F., Barros M.F. The Samuelson macroeconomic model as a singular linear matrix difference equation. *Economic Structures*. No. 9. Art. 36. https://doi.org/10.1186/s40008-020-00207-3

6. Kalazhokov Kh.Kh., Uvizheva F.Kh. The study of non-equilibrium processes in the monetary economy by immersion in the differential process. *News of the Kabardino-Balkarian Scientific Center of RAS*. 2020. No. 1(93). Pp. 35–45. DOI: 10.35330/1991-6639-2020-1-93-35-45. (In Russian)

Information about the authors

Kalazhokov **Khasan Khazhmurzovich**, Senior staff scientist of the Department of mathematical methods of research of complex systems and processes, Institute of Computer Science and Problems of Regional Management – branch of Kabardino-Balkarian Scientific Center of the Russian Academy of Sciences;

360000, Russia, Nalchik, 37-a I. Armand street;

khasan_kalazhokov@mail.ru, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7523-9353

Uvizheva Fatima Khasanovna, Staff scientist of the Department of mathematical methods of research of complex systems and processes, Institute of Computer Science and Problems of Regional Management – branch of Kabardino-Balkarian Scientific Center of the Russian Academy of Sciences;

360000, Russia, Nalchik, 37-a I. Armand street;

fatimauvizheva@mail.ru, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8228-8543