МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

УДК 517.956.32
DOI: 10.35330/1991-6639-2022-5-109-11-18

Научная статья

Локальные краевые задачи для модельного уравнения третьего порядка гиперболического типа

Ж. А. Балкизов

Институт прикладной математики и автоматизации –
филиал Кабардино-Балкарского научного центра Российской академии наук
360000, Россия, Нальчик, ул. Шортанова, 89 А

***Аннотация*.** В рамках данной работы поставлены и исследованы три локальные краевые задачи для модельного уравнения гиперболического типа третьего порядка. Решения поставленных задач выписаны в явном виде. Найдены условия на заданные функции, обеспечивающие регулярность решений соответствующих задач. Найденные представления решений задач найдут применение при дальнейших постановках и исследованиях краевых задач для различных уравнений смешанного и смешанно-составного типов с аналогичным модельным оператором в области гиперболичности.

***Ключевые слова*:** уравнения гиперболического типа третьего порядка, характеристики уравнения третьего порядка, характеристические координаты, локальная задача, нелокальная задача, общее решение задачи, регулярное решение задачи

Поступила 05.09.2022, одобрена после рецензирования 26.09.2022, принята к публикации 30.09.2022

Для цитирования. Балкизов Ж. А. Локальные краевые задачи для модельного уравнения третьего порядка гиперболического типа // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2022. № 5 (109). С. 11–18. DOI: 10.35330/1991-6639-2022-5-109-11-18

MSC: 35M12

Original article

Local boundary value problems for a model equation of the third order of hyperbolic type

Zh.A. Balkizov

Institute of Applied Mathematics and Automation –
branch of Kabardino-Balkarian Scientific Center of the Russian Academy of Sciences
360000, Russia, Nalchik, 89 A Shortanov street

Annotation. Within the framework of this work, three local boundary value problems for a model equation of hyperbolic type of the third order are formulated and investigated. The solutions of the problems posed are written out explicitly. Conditions are found for given functions that ensure the regularity of solutions to the corresponding problems. The obtained representations of solutions to problems will find applications in further formulations and studies of boundary value problems for various equations of mixed and mixed-composite types with a similar model operator in the hyperbolicity domain.

***Key words*:** equations of hyperbolic type of the third order, characteristics of a third order equation, characteristic coordinates, local problem, nonlocal problem, general solution of the problem, regular solution of the problem

Submitted 05.09.2022, approved after reviewing 26.09.2022, accepted for publication 30.09.2022

For citation. Balkizov Zh.A. Local boundary value problems for a model equation of the third order of hyperbolic type. *News of the Kabardino-Balkarian Scientific Center of RAS.* 2022. No. 5(109). Pp. 11–18. DOI: 10.35330/1991-6639-2022-5-109-11-18

Введение

В настоящее время вызывает большой практический и теоретический интерес исследование локальных и нелокальных краевых задач для гиперболических уравнений третьего порядка. Обусловлено это тем, что решение многих прикладных задач физики, механики, биологии сводится к исследованию тех или иных локальных и нелокальных краевых задач для уравнений третьего порядка гиперболического типа. Например, известно, что вопросы фильтрации жидкости в пористых средах [1, 2], передачи тепла в гетерогенной среде [3, 4], влагопереноса в почвогрунтах [5; 6, с. 137] приводят к модифицированным уравнениям диффузии, которые являются уравнениями в частных производных гиперболического типа третьего порядка.

Исследованию краевых задач для модифицированного уравнения влагопереноса и численным методам их решений посвящены работы [7–10]. Нелокальные задачи для уравнений третьего порядка гиперболического типа различными методами изучены в работах [11–14]. В работах [15–16] получены представления регулярных решений первой и смешанной краевой задачи соответственно для неоднородного уравнения Аллера. Первая краевая задача в нелокальной постановке для обобщенного уравнения Аллера изучена в работе [17]. Краевые задачи для различных уравнений смешанного и смешанно-составного типов третьего порядка исследованы в работе [18]. Здесь же приведен достаточно полный список работ по исследованиям в области уравнений смешанного и смешанно-составного типов третьего порядка.

Однако малоизученным остается вопрос постановки краевых условий для отдельных видов общих и модельных уравнений третьего порядка гиперболического типа, обеспечивающих существование и единственность решения соответствующих задач.

В данной работе поставлены и исследованы краевые задачи для модельного уравнения гиперболического типа третьего порядка, решения которых выписаны в явном виде. Найдены условия на заданные функции, обеспечивающие регулярность решений соответствующих задач. Найденные представления могут применяться при решении различных реальных физических и биологических задач, математическое моделирование которых требует изучения задач, подобных исследуемым в работе. Также они найдут применение при дальнейших постановках и исследованиях краевых задач для различных уравнений смешанного и смешанно-составного типов с аналогичным модельным оператором в области гиперболичности.

Постановка задач

На евклидовой плоскости точек (x, y) рассмотрим уравнение третьего порядка гиперболического типа следующего вида:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(u_{xx}-u_{yy}\right)=f(x,y), \tag{1}$$

где $f(x,y)$ – заданная функция, $u=u(x,y)$ – искомая функция.

Уравнение (1) рассматривается в области Ω, ограниченной отрезком $AB=\{(x,y): 0<x<r,\ y=0\}$ прямой $y=0$, а также характеристиками $AC: y-x=0$, $BC: y+x=r$ уравнения (1). Здесь $A=(0,0)$, $B=(r,0)$, $C=\left(\frac{r}{2},\frac{r}{2}\right)$.

На отрезке AB прямой $y=0$ возьмем произвольную точку $(x,0)$ и через данную точку проведем две характеристики уравнения (1), параллельные характеристикам AC и BC. Соответствующие точки пересечения с характеристиками AC и BC обозначим через

$$\theta_0(x)=\left(\frac{x}{2},\frac{x}{2}\right),\ \theta_r(x)=\left(\frac{r+x}{2},\frac{r-x}{2}\right).$$

Регулярным в области Ω решением уравнения (1) назовем всякую функцию $u=u(x,y)$ из класса $u\in C(\overline{\Omega})\cap C_{x,y}^{i,j}(\Omega)$, ($i=\overline{0,3}$, $j=\overline{0,3}$, $i+j=3$), при подстановке которой уравнение (1) обращается в тождество.

Задача 1. *Найти регулярное в области* Ω *решение уравнения (1), удовлетворяющее краевым условиям*

$$u(x,0)=\tau(x),\qquad 0\le x\le r, \tag{2}$$

$$u[\theta_0(x)]=\varphi(x),\qquad 0\le x\le r, \tag{3}$$

$$u[\theta_r(x)]=\psi(x),\qquad 0\le x\le r, \tag{4}$$

где $\tau(x)$, $\varphi(x)$, $\psi(x)$ *– заданные функции.*

Задача 2. *Найти регулярное в области* Ω *решение уравнения (1), удовлетворяющее краевым условиям (2), (3) и условию*

$$u_y(x,0)=\nu(x),\qquad 0<x<r, \tag{5}$$

где $\tau(x)$, $\nu(x)$, $\varphi(x)$ *– заданные функции.*

Задача 3. *Найти регулярное в области* Ω *решение уравнения (1), удовлетворяющее краевым условиям (2), (4), (5), где* $\tau(x)$, $\nu(x)$, $\psi(x)$ *– заданные функции.*

Сформулированные выше задачи 1–3 относятся к классу локальных краевых задач для уравнения (1) [19, с. 135].

Исследование задачи 1

Справедлива следующая теорема

Теорема 1. *Пусть заданные функции* $\tau(x)$, $\varphi(x)$, $\psi(x)$, $f(x,y)$ *таковы, что они обладают свойствами*

$$\tau(x),\ \varphi(x),\ \psi(x)\in C[0,r]\cap C^3]0,r[,\quad f(x,y)\in C(\overline{\Omega})$$

и выполнены условия согласования: $\tau(0)=\varphi(0)$, $\tau(r)=\psi(r)$, $\psi(0)=\varphi(r)$.

Тогда существует единственное регулярное в области Ω *решение задачи 1.*

Действительно, найдем сначала общее решение уравнения (1). В развернутом виде уравнение (1) перепишется так:

$$u_{xxx}+u_{xxy}-u_{xyy}-u_{yyy}=f(x,y). \tag{6}$$

В характеристических координатах $\xi=x+y$, $\eta=x-y$ уравнение (6) запишется в следующем виде:

$$8u_{\xi\xi\eta}=f\left(\frac{\xi+\eta}{2},\frac{\xi-\eta}{2}\right). \tag{7}$$

Интегрируя уравнение (7) сначала два раза по первой переменной ξ, а затем один раз по второй переменной η, находим

$$u(\xi,\eta)=F_1(\xi)+\xi F_2(\eta)+F_3(\eta)+\frac{1}{8}\int_0^{\xi}\int_0^{\eta}(\xi-s)\,f\left(\frac{s+t}{2};\frac{s-t}{2}\right)dt\,ds, \qquad (8)$$

где F_1, F_2, F_3 являются произвольными функциями своих аргументов.

Возвращаясь к прямоугольным координатам (x,y), из (8) получим общее решение уравнения (1):

$$u(x,y)=F_1(x+y)+(x+y)F_2(x-y)+F_3(x-y)+\frac{1}{8}\int_0^{x+y}\int_0^{x-y}(x+y-s)\,f\left(\frac{s+t}{2},\frac{s-t}{2}\right)dt\,ds. \qquad (9)$$

Удовлетворяя (9) заданным начально-краевым условиям (2) – (4), получим

$$\begin{cases} F_1(x)+xF_2(x)+F_3(x)=\tau(x)-\dfrac{1}{8}\displaystyle\int_0^{x}\int_0^{x}(x-s)\,f\left(\frac{s+t}{2},\frac{s-t}{2}\right)dt\,ds, \\ F_1(x)+xF_2(0)+F_3(0)=\varphi(x), \\ F_1(r)+rF_2(x)+F_3(x)=\psi(x)-\dfrac{1}{8}\displaystyle\int_0^{r}\int_0^{x}(r-s)\,f\left(\frac{s+t}{2},\frac{s-t}{2}\right)dt\,ds. \end{cases} \qquad (10)$$

Решая систему (10), находим, что

$$F_1(x)=\varphi(x)-xF_2(0)-F_3(0),$$

$$F_2(x)=\frac{\psi(x)-\tau(x)+\varphi(x)-\varphi(r)}{r-x}+F_2(0)-\frac{1}{8(r-x)}\int_0^{r}\int_0^{x}(r-s)\,f\left(\frac{s+t}{2},\frac{s-t}{2}\right)dt\,ds+$$

$$+\frac{1}{8(r-x)}\int_0^{x}\int_0^{x}(x-s)\,f\left(\frac{s+t}{2},\frac{s-t}{2}\right)dt\,ds,$$

$$F_3(x)=\frac{r\tau(x)-x\psi(x)+x\varphi(r)-r\varphi(x)}{r-x}+F_3(0)-\frac{r}{8(r-x)}\int_0^{x}\int_0^{x}(x-s)\,f\left(\frac{s+t}{2},\frac{s-t}{2}\right)dt\,ds+$$

$$+\frac{x}{8(r-x)}\int_0^{r}\int_0^{x}(r-s)\,f\left(\frac{s+t}{2},\frac{s-t}{2}\right)dt\,ds.$$

Тогда, возвращаясь к формуле (9), находим решение *задачи 1* в виде

$$u(x,y)=\varphi(x+y)+\frac{1}{8}\int_0^{x+y}\int_0^{x-y}(x+y-s)\,f\left(\frac{s+t}{2},\frac{s-t}{2}\right)dt\,ds+$$

$$+\frac{1}{r-x+y}\left\{2y\left[\psi(x-y)-\varphi(r)-\frac{1}{8}\int_0^{r}\int_0^{x-y}(r-s)\,f\left(\frac{s+t}{2},\frac{s-t}{2}\right)dt\,ds\right]+\right.$$

$$\left.+(x+y-r)\left[\tau(x-y)+\varphi(x-y)+\frac{1}{8}\int_0^{x-y}\int_0^{x-y}(x-y-s)\,f\left(\frac{s+t}{2},\frac{s-t}{2}\right)dt\,ds\right]\right\}. \qquad (11)$$

Из свойств заданных функций $\tau(x)$, $\varphi(x)$, $\psi(x)$, перечисленных в **теореме 1,** следует, что функция $u(x,y)$, определенная формулой (11), и есть представление единственного регулярного в области Ω решения *задачи 1*.

Исследование задачи 2

Перейдем к исследованию *задачи 2*. Здесь справедлива следующая

Теорема 2. *Пусть заданные функции* $\tau(x)$, $\varphi(x)$, $\nu(x)$, $f(x,y)$ *таковы, что они обладают свойствами*

$$\tau(x),\ \varphi(x)\in C^1[0,r]\cap C^4]0,r[, \tag{12}$$

$$\nu(x)\in C[0,r]\cap C^3]0,r[,\ f(x,y)\in C(\overline{\Omega}) \tag{13}$$

и выполнены условия согласования $\tau(0)=\varphi(0)$, $\nu(0)+\tau'(0)=2\varphi'(0)$.

Тогда существует единственное регулярное в области Ω *решение задачи 2*.

Действительно, воспользуемся полученным выше представлением общего решения (9) уравнения (1). Удовлетворяя (9) условиям (2), (3), (5), приходим к следующей системе относительно $F_i(x)$, $i=\overline{1,3}$:

$$\begin{cases} F_1(x)+xF_2(x)+F_3(x)=\tau(x)-\frac{1}{8}\int\limits_0^x\int\limits_0^x(x-s)\,f\left(\frac{s+t}{2},\frac{s-t}{2}\right)dt\,ds, \\ F_1(x)+xF_2(0)+F_3(0)=\varphi(x), \\ F_1'(x)+F_2(x)-xF_2'(x)-F_3'(x)= \\ =\nu(x)+\frac{1}{8}\int\limits_0^x(x-s)f\left(\frac{s+x}{2},\frac{s-x}{2}\right)ds-\frac{1}{8}\int\limits_0^x\int\limits_0^x f\left(\frac{s+t}{2},\frac{s-t}{2}\right)dt\,ds. \end{cases} \tag{14}$$

Из системы (14) находим:

$$F_1(x)=\varphi(x)-xF_2(0)-F_3(0);$$

$$F_2(x)=\frac{\nu(x)+\tau'(x)}{2}-\varphi'(x)-\frac{1}{8}\int\limits_0^x\int\limits_0^x f\left(\frac{s+t}{2},\frac{s-t}{2}\right)dt\,ds+F_2(0);$$

$$F_3(x)=\tau(x)-\varphi(x)+x\varphi'(x)-\frac{x}{2}[\nu(x)+\tau'(x)]+\frac{1}{8}\int\limits_0^x\int\limits_0^x s\,f\left(\frac{s+t}{2},\frac{s-t}{2}\right)dt\,ds+F_3(0).$$

Подставляя найденные значения $F_i(x)$, $i=\overline{1,3}$ в формулу (9), находим решение *задачи 2* для уравнения (1) в следующем виде:

$$u(x,y)=\tau(x-y)+y\tau'(x-y)+\varphi(x+y)+\varphi(x-y)-2y\varphi'(x-y)+y\nu(x-y)+$$

$$+\frac{1}{8}\int\limits_0^{x-y}\int\limits_{x-y}^{x+y}(x+y-s)\,f\left(\frac{s+t}{2},\frac{s-t}{2}\right)dt\,ds. \tag{15}$$

Если заданные функции обладают свойствами (12), (13) и выполнены приведенные в **теореме 2** условия согласования, то формула (15) является представлением единственного регулярного решения *задачи 2*.

Далее, проведя аналогичные вычисления, получим представление решения *задачи 3* вида

$$u(x,y)=\tau(x+y)-\int\limits_{x-y}^{x+y}\frac{x+y-t}{r-t}\psi'(t)dt-\frac{1}{2}\int\limits_{x-y}^{x+y}\frac{r-x-y}{r-t}\left[\tau'(t)-\nu(t)\right]dt-$$

$$-\frac{1}{8}\int\limits_{0}^{r}\int\limits_{x-y}^{x+y}\frac{t-x-y}{r-t}f\left(\frac{s+t}{2},\frac{s-t}{2}\right)dt\,ds+\frac{1}{8}\int\limits_{x-y}^{x+y}\int\limits_{0}^{t}\frac{(r-x-y)(t-s)}{r-t}f\left(\frac{s+t}{2},\frac{s-t}{2}\right)dt\,ds-$$

$$-\frac{1}{8}\int\limits_{0}^{x+y}\int\limits_{x-y}^{x+y}(x+y-s)\,f\left(\frac{s+t}{2},\frac{s-t}{2}\right)dt\,ds. \qquad (16)$$

Из представления (16) ясно, что если $\tau(x)$, $\psi(x)\in C^1[0,r]\cap C^4]0,r[$, $\nu(x)\in C[0,r]\cap C^3]0,r[$, $f(x,y)\in C(\overline{\Omega})$ и выполнено условие согласования $\tau(r)=\psi(r)$, то оно будет представлять собой единственное регулярное решение *задачи 3*.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П., Кочина И. Н.* Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах // Прикладная математика и механика. 1960. Т. 25. Вып. 5. С. 852–864.

2. *Дзекцер Е. С.* Уравнения движения подземных вод со свободной поверхностью в многослойных средах // Доклады АН СССР. 1975. Т. 220. № 3. С. 540–543.

3. *Рубинштейн Л. И.* К вопросу о процессе распространения тепла в гетерогенных средах // Известия АН СССР. Серия География. 1948. Т. 12. № 1. С. 27–45.

4. *Ting T., Cooling A.* Process according to two temperature theory of heat conduction // J. Math. Anal. Appl. 1974. Vol. 45. № 9. Pp. 23–31.

5. *Hallaire M.* L'eau et la production vegetable // Inst. National de la Recherche Agronomique. 1964. № 9.

6. *Чудновский А. Ф.* Теплофизика почв. Москва: Наука, 1976. 352 с.

7. *Канчукоев В. З., Шхануков М. Х.* Краевые задачи для модифицированного уравнения влагопереноса и сеточные методы их решения // Дифференциальные уравнения. 1979. Т. 15. № 1. С. 68–73.

8. *Шхануков М. Х.* О некоторых краевых задачах для уравнения третьего порядка, возникающих при моделировании фильтрации жидкости в пористых средах // Дифференциальные уравнения. 1982. Т. 18. № 4. С. 689–699.

9. *Шхануков М. Х.* Об одном методе решения краевых задач для уравнений третьего порядка // Доклады АН СССР. 1982. Т. 265. № 6. С. 1327–1330.

10. *Водахова В. А.* Краевая задача с нелокальным условием А. М. Нахушева для одного псевдопараболического уравнения влагопереноса // Дифференциальные уравнения. 1982. Т. 18. № 2. С. 280–285.

11. *Водахова В. А.* Об одной краевой задаче для уравнения третьего порядка с нелокальным условием А. М. Нахушева // Дифференциальные уравнения. 1983. Т. 19. № 1. С. 163–166.

12. *Бештоков М. Х.* К нелокальным краевым задачам для дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Математика. Физика. 2013. № 5(148). Выпуск 30. С. 25–47.

13. *Бештоков М. Х.* Метод Римана для решения нелокальных краевых задач для псевдопараболических уравнений третьего порядка // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия Физ.-мат. науки. 2013. № 4(33). С. 15–24.

14. *Бештоков М. Х.* Априорные оценки решения нелокальных краевых задач для псевдопараболического уравнения // Владикавказский математический журнал. 2013. Т. 15. № 3. С. 19–36.

15. *Макаова Р. Х.* Первая краевая задача для неоднородного уравнения Аллера // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2016. № 4–1(15). С. 45–49.

16. *Макаова Р. Х.* Смешанная задача для неоднородного уравнения Аллера // Доклады АМАН. 2021. Т. 21. № 4. С. 18–21.

17. *Макаова Р. Х.* Первая краевая задача в нелокальной постановке для обобщенного уравнения Аллера с дробной производной Римана-Лиувилля // Вестник АГУ. Серия 4: Естественно-математические и технические науки. 2017. № 4(211). С. 36–41.

18. *Джураев Т. Д.* Краевые задачи для уравнений смешанного и смешанно-составного типов. Ташкент: ФАН, 1979. 238 с.

19. *Нахушев А. М.* Уравнения математической биологии. Москва: Высшая школа, 1995. 301 с.

Информация об авторе

Балкизов Жираслан Анатольевич, канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотр. отдела уравнения смешанного типа, Институт прикладной математики и автоматизации – филиал Кабардино-Балкарского научного центра РАН;

360000, Россия, Нальчик, ул. Шортанова, 89 А;

Giraslan@yandex.ru, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5329-7766

REFERENCES

1. Barenblatt G.I., Zheltov Yu.P., Kochina I.N. On the basic ideas of the theory of filtration of homogeneous liquids in fractured rocks. *Applied Mathematics and Mechanics*. 1960. Vol. 25. No. 5. Pp. 852–864. (In Russian)

2. Dzektser Ye.S. Equations of motion of groundwater with a free surface in multilayer media. *Reports of the Academy of Sciences of the USSR*. 1975. Vol. 220. No. 3. Pp. 540–543. (In Russian)

3. Rubinshteyn L.I. To the question of the process of heat propagation in heterogeneous media. *News of the Academy of Sciences of the USSR. Series Geography*. 1948. Vol. 12. No. 1. Pp. 27–45. (In Russian)

4. Ting T., Cooling A. Process according to two temperature theory of heat conduction. *J. Math. Anal. Appl.* 1974. Vol. 45. No. 9. Pp. 23–31.

5. Hallaire M. L'eau et la production vegetable. *Inst. National de la Recherche Agronomique*. 1964. No. 9.

6. Chudnovskiy A.F. *Teplofizika pochv* [Soil thermophysics]. Moscow: Nauka, 1976. 352 p. (In Russian)

7. Kanchukoev V.Z., Shkhanukov M.Kh. Boundary Value Problems for the Modified Moisture Transfer Equation and Grid Methods for Their Solution. *Differential Equations*. 1979. Vol. 15. No. 1. Pp. 68–73. (In Russian)

8. Shkhanukov M.Kh. On some boundary value problems for a third-order equation arising in modeling fluid filtration in porous media. *Differential Equations*. 1982. Vol. 18. No. 4. Pp. 689–699. (In Russian)

9. Shkhanukov M.Kh. On a method for solving boundary value problems for third-order equations. *Reports of the Academy of Sciences of the USSR*. 1982. Vol. 265. No. 6. Pp. 1327–1330. (In Russian)

10. Vodakhova V.A. A Nakhushev's boundary value problem with a nonlocal condition for a pseudoparabolic moisture transfer equation. *Differential Equations*. 1982. Vol. 18. No. 2. Pp. 280–285. (In Russian)

11. Vodakhova V.A. On a Nakhushev's boundary value problem for a third-order equation with a nonlocal condition. *Differential Equations*. 1983. Vol. 19. No. 1. Pp. 163–166. (In Russian)

12. Beshtokov M.Kh. On nonlocal boundary value problems for third-order partial differential equations. *Belgorod State University Scientific Bulletin*. 2013. No. 5(148). No. 30. Pp. 25–47. (In Russian)

13. Beshtokov M.Kh. The Riemann method for solving nonlocal boundary value problems for third-order pseudoparabolic equations. *Bulletin of the Samara State Technical University. Series of Phys.-Math. science.* 2013. No. 4(33). Pp. 15–24. (In Russian)

14. Beshtokov M.Kh. A priori estimates for the solution of nonlocal boundary value problems for a pseudoparabolic equation. *Vladikavkaz Mathematical Journal*. 2013. Vol. 15. No. 3. Pp. 19–36. (In Russian)

15. Makaova R.Kh. The first boundary value problem for the inhomogeneous Aller equation. *Bulletin KRASEC. Physical and Mathematical Sciences*. 2016. No. 4–1(15). Pp. 45–49. (In Russian)

16. Makaova R.Kh. Mixed problem for the inhomogeneous Aller equation. *Adyghe international scientific journal*. 2021. Vol. 21. No. 4. Pp. 18–21. (In Russian)

17. Makaova R.Kh. The first boundary value problem in a non-local setting for the generalized Aller equation with a fractional Riemann-Liouville derivative. *The Bulletin of Adyghe State University: Internet Scientific Journal*. 2017. No. 4(211). Pp. 36–41. (In Russian)

18. Dzhurayev T.D. *Krayevyye zadachi dlya uravneniy smeshannogo i smeshanno-sostavnogo tipov* [Boundary value problems for equations of mixed and mixed composite types]. Tashkent: FAN. 1979. 238 p. (In Russian)

19. Nakhushev A.M. *Uravneniya matematicheskoy biologii* [Equations of mathematical biology]. Moscow: Vysshaya Shkola, 1995. 301 p.

Information about the author

Balkizov Zhiraslan Anatolievich, Candidate of Phys.-Math. Sci., Leading Researcher, Department of Mixed Type Equations, Institute of Applied Mathematics and Automation – branch of Kabardino-Balkarian Scientific Center of the Russian Academy of Sciences;

360000, Russia, Nalchik, 89 A Shortanov street;

Giraslan@yandex.ru, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5329-7766