

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РАЗВИТИЯ ЗЕЛЕННОЙ ЭКОНОМИКИ\*

З.А. НАХУШЕВА, В.Н. ЛЕСЕВ, И.В. АШИНОВА

Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова  
360004, Россия, Нальчик, ул. Чернышевского, 173

**Аннотация.** С помощью математических методов уравнений в частных производных, в том числе дробного порядка, а также теории устойчивости строятся математические модели устойчивого развития региональной зеленой экономики. Проведенный в статье анализ основных треков экономического генезиса обосновывает применение уравнения диффузии при построении обобщенной модели. Описывается характер полученных модельных решений и определяются основные требования для перехода региона к экономике зеленого роста.

**Ключевые слова:** зеленая экономика, регион, модель, дробная производная, устойчивость развития, нелинейность, фрактальность, аттракторы.

Статья поступила в редакцию 10.12.2021

Принята к публикации 15.12.2021

**Для цитирования.** Нахушева З.А., Лесев В.Н., Ашинова И.В. Математическое моделирование процессов развития зеленой экономики // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2021. № 6 (104). С. 222–228. DOI: 10.35330/1991-6639-2021-6-104-222-228

### ВВЕДЕНИЕ

В современном мире сложилась кризисная ситуация, обусловленная в первую очередь пандемией и обрушением старых экономических рынков, что повлекло необходимость определения новых направлений развития и выбора соответствующих им индикаторов роста социально-экономического прогресса. Поиски путей устойчивого развития не только в ближайшей, но и долгосрочной перспективе требуют внедрения моделей, учитывающих экологические факторы. Вполне понятно, что развитие, ведущее к исчерпанию природных ресурсов и деградации окружающей среды, не может быть устойчивым. Именно из-за этой проблемы появились такие области зеленой экономики (GE), как экономика на основе зеленого роста, низкоуглеродная экономика, биоэкономика, синяя экономика, циркулярная биоэкономика [1, с. 11]. Экономика, не влияющая на природные активы, – основной тренд и главное направление построения современного экономического мирового пространства. Сохранение ресурсов и снижение отрицательного влияния на человека, улучшение его качества жизни – цель и результат внедрения зеленой экономики.

Доказано, что выбор именно процессов GE ведет к устойчивому развитию региона [2].

---

© Нахушева З.А., Лесев В.Н., Ашинова И.В., 2021

\* Работа выполнена в рамках программы «Приоритет-2030»

## ЦЕЛЬ, ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Целью предлагаемого исследования является построение обобщенной модели процессов зеленой экономики. Основные задачи работы – определение основных треков, особо влияющих на процессы зеленой экономики, и формализация полученных результатов нелинейных процессов с помощью математических методов теории уравнений в частных производных.

Методы исследования, применяемые в работе, основаны на синергетическом взаимодействии законов математики, экологии и экономики.

## УСТОЙЧИВОСТЬ РЕГИОНАЛЬНОГО РАЗВИТИЯ

Опишем модель устойчивого развития региона, обозначим его через  $R$ . Предположим, что  $R$  имеет систему управления  $C_R$ , в которую внедряются элементы зеленой экономики [3]. Систему  $C_R$  назовем системой зеленой экономики, являющейся подсистемой регионального развития. Будем рассматривать управление как функцию системы зеленой экономики, ориентированной либо на сохранение ее основного качества в условиях изменения среды, либо на реализацию определенной программы, обеспечивающей устойчивость функционирования, гомеостаза, достижение намеченной цели [4].

В процессе моделирования социально-экономические системы зеленой экономики необходимо рассматривать как масштабные сложные открытые системы [5–7], каждые элементы которых сами по себе являются самоорганизующейся системой, целенаправленно оптимизирующей свое развитие с помощью нейронных сетей и искусственного интеллекта.

Применяя принцип системного подхода при моделировании систем GE, обращаемся к методу Форестера исследования динамических систем с обратными нелинейными связями [8]. Для фазовых переменных моделируемой «зеленой» системы строятся квазилинейные дифференциальные уравнения первого порядка одной переменной одинаковой структуры.

Введем математическое описание термина «устойчивое развитие региональной зеленой экономики». Предположим, что регион  $R$  представляет собой некоторую систему «вход»-«выход»  $S_R$ . Будем считать, что  $R$  развивается устойчиво тогда и только тогда, когда система  $S_R$  устойчива относительно некоторых окрестностей точек устойчивости системы. Обозначим входной и выходной объекты через  $D(u)$  и  $F(u)$ . При указанных предположениях уравнение состояния системы будет иметь вид:

$$u = (\varphi, u), \quad \varphi \in D(u), \quad u \in F(u). \quad (1)$$

**Утверждение.** Система  $S_R$  будет устойчивой относительно пары  $(E_\varphi, E_u)$  метрических пространств  $E_\varphi$  и  $E_u$  с заданными метриками  $\rho_\varphi = \rho_\varphi(\varphi_1, \varphi_2)$  и  $\rho_u = \rho_u(u_1, u_2)$ , если для любого  $\varepsilon > 0$  существует такое число  $\delta(\varepsilon) > 0$ , что из неравенства  $\rho_\varphi(\varphi_1, \varphi_2) \leq \delta(\varepsilon)$  следует оценка  $\rho_u(u_1, u_2) \leq \varepsilon$ . Здесь  $\varphi_j \in D(u) \subset E_\varphi$ ,  $u_j \in F(u) \subset E_u$ :

$$E_\varphi \supset D(u) \ni \varphi \rightarrow (\varphi, u) \rightarrow u \in F(u) \subset E_u.$$

Пусть  $D_u$  и  $F_u$  – заданные подмножества множеств  $D(u)$  и  $F(u)$  соответственно. Входящую в (1) пару  $(\varphi, u) \in D(u) \times F(u)$  назовем устойчивой относительно  $D_u$  и  $F_u$ , если малые отклонения входа  $\varphi$  не могут существенно изменить выход  $u$  системы  $S_R$  в окрестностях  $\varphi$  и  $u$ .

Введенное понятие устойчивости играет важную роль в дальнейших исследованиях задач математического моделирования процессов зеленой экономики, поскольку устойчивое развитие – ключевое требование экономики нового типа.

Устойчивым мы можем назвать развитие, обеспечивающее нужды современных поколений, но не подвергающее угрозе жизненные потребности будущих поколений.

### СИНЕРГЕТИЗМ УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ И ЗЕЛЕННОЙ ЭКОНОМИКИ

Любое устойчивое развитие включает в себя три трека – экономический, социальный и экологический. Соблюдение требований устойчивости каждого из них дает устойчивое развитие в целом. Вполне естественно, что при моделировании «зеленых» процессов используется объединение следующих сложных открытых подсистем:  $L_1$  – модель экосистемы, или природный капитал,  $L_2$  – модель экономики, или физический капитал,  $L_3$  – модель благосостояния общества, или человеческий капитал. Объединение трех моделей  $\bigcup_{i=1}^3 L_i$  и составляет в первом приближении понятие зеленой экономики. Если же

учитывать все диффузионные процессы, происходящие в указанных сложных системах, то можно для описания общей модели GE использовать динамическое уравнение диффузии. Обозначим через  $GE = GE(t)$  функцию, характеризующую процессы, происходящие в зеленой экономике, тогда скорость роста указанных процессов будет выражаться:

$$\frac{\partial GE}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2 GE}{\partial L_1^2} + \frac{\partial^2 GE}{\partial L_2^2} + \frac{\partial^2 GE}{\partial L_3^2} \right) + f(L_1, L_2, L_3),$$

здесь  $D$  – коэффициент диффузии, разный для различных регионов, а  $f(L_1, L_2, L_3)$  – процесс параллельного влияния факторов  $L_i, i = 1, 2, 3$ .

Отметим, что задачи, решающие вопросы устойчивого развития зеленой экономики, являются существенно нелинейными, и разным ее состояниям соответствуют разные аттракторы (разные устойчивые состояния).

Очевидно также, что никакая модель управления, в том числе и процессами GE, не будет являться эффективной и соответствующей действительности, если: 1) она не сохраняет эмерджентные свойства (свойства целостности) моделируемой социально-экономической системы; 2) не сформулирована единая целевая функция, содержащая эффективные параметры, обеспечивающие защиту окружающей среды, как неотъемлемую часть процесса устойчивого развития.

Практически все моделируемые процессы от предшествующего состояния  $x = x(t)$  результат  $E = E(t)$  отделяет лаг запаздывания.

Пусть  $L^i : x(t) \rightarrow x(t - i)$  – оператор сдвига во времени, тогда значение эффекта описывается уравнением:

$$E(t) = \sum_{i=0}^n \lambda_i L^i x(t) + u(t) = (\lambda, L)x(t) + u(t),$$

$\lambda = (\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_n)$  – спектр лага;  $L = (L^0, L^1, \dots, L^n)$  – вектор сдвига;  $(\lambda, L) = \sum_{i=0}^n \lambda_i L^i$  – производящая функция,  $u = u(t)$  – значение случайной ошибки модели в момент  $t$ :

$$u(t) = \mu_0 D_{\tau t}^{\alpha} x(\eta).$$

Здесь  $\mu_0 = const$ ,  $D_{\tau t}^{\alpha}$  – оператор Римана – Лиувилля порядка  $|\alpha|$  с началом времени  $t = \tau$ , действующий на  $x(t)$  по формуле

$$D_{\tau t}^{\alpha} x(\eta) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(-\alpha)} \int_{\tau}^t \frac{x(\eta) d\eta}{(t-\eta)^{\alpha+1}}, & \alpha < 0 \\ x(t), & \alpha = 0 \\ \frac{\partial^{[\alpha]+1}}{\partial t^{[\alpha]+1}} D_{\tau t}^{\alpha-[\alpha]-1} x(\eta), & \alpha > 0 \end{cases}.$$

Совершенно очевидно, что приведенная лаговая модель должна быть непустым пересечением с решением уравнения диффузии. Любая региональная социально-экономическая система, а также наложенная на нее система управления являются нелокальными системами. Подчеркнем, что принцип нелокальности является фундаментальной основой системы устойчивого развития. К этому принципу добавляются принципы полноты параметров, синергетизма и фрактальности.

Говоря об устойчивости экономики региона, необходимо сказать, что для перехода к процессам и принципам GE необходимо в первую очередь трансформировать цели устойчивого развития. Отметим, что понятие «устойчивое развитие» в зеленой экономике в России несколько отличается от общепринятых в мире, где sustainable development – эта единая система социальных, экономических и экологических процессов [1, с. 26]. Чтобы говорить об устойчивом развитии в России и ее регионах, необходимо в первую очередь перейти от сырьевой модели экономики к масштабной экологизации экономики [9].

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На наш взгляд, с точки зрения экологической устойчивости, зеленая экономика России и ее регионов должна обладать следующими чертами: во все экономические планы и стратегии должны быть включены направления, сформированные в документах ООН и ОЭСР по устойчивому развитию, зеленой и низкоуглеродной экономике; особое внимание должно уделяться экологическим условиям жизни населения регионов и их обеспечению; радикально должна повышаться эффективность использования природного капитала и зеленой экономики; следует уделять внимание наукоемким, высокотехнологическим отраслям; уменьшить объем сырьевого спектра экономики и его удельный вес; необходимо уменьшение загрязнения окружающей среды.

Для перехода российских регионов к принципам зеленой экономики понадобится сложный и долгий период трансформации и модернизации. Задача же современного периода – уменьшение затрат перехода, повышение использования природных ресурсов, экономическая поддержка процесса экологизации экономики.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бобылева С.Н., Кирюшина П.А., Кудрявцева О.В. Зеленая экономика и цели устойчивого развития для России: коллективная монография. Москва: МГУ, 2019. 284 с.

2. Вукович Н.А. «Зеленая» экономика: определение и современная эколого-экономическая модель // Вестник УрФУ. Серия экономика и управление. 2018. Т. 17. № 1. С. 128–145.

3. Нахушев А.М. К проблеме математического моделирования региональных социально-экономических систем // Вестник СамГТУ. Серия математическая. 2007. Т. 6. № 2. С. 4–15.

4. Нахушев А.М. О некоторых эффективных параметрах открытых временных систем регионального управления // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2002. Т. 8. № 1. С. 72–75.

5. Нахушева З.А., Ашинова И.В. Экономико-математическая компартментальная модель экономико-социальной образовательной экосистемы территории / Цифровая трансформация науки и образования. Сборник научных трудов. 2020. С. 229–235.

6. Ашинова И.В., Гурфова Р.В., Калмыкова А.М., Нахушева З.А. Экономический трек модели онтогенеза региональных вузов // Экономика и управление: проблемы, решения. 2020. Т. 4. № 12(108). С. 15–21.

7. Нахушева З.А., Ашинова И.В. Компартментальная модель экономико-социальной образовательной экосистемы территории // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. 2020. Т. 33. № 4. С. 78–85.

8. Путилов В.А., Горохов А.В. Системная динамика регионального развития. Мурманск: Пазори, 2002. 306 с.

9. Перечень поручений Президента России по итогам заседания Госсовета 24 января 2017 года. <http://www.kremlin.ru/acts/assignments/orders/53775> (дата обращения 10.12.2021).

### Информация об авторах

**Нахушева Зарема Адамовна**, канд. физ.-мат. наук, доцент, директор Центра новых образовательных технологий КБГУ, Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова;

360004, Россия, Нальчик, ул. Чернышевского, 173;

[z.nakhusheva@mail.ru](mailto:z.nakhusheva@mail.ru), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8883-025X>

**Лесев Вадим Николаевич**, канд. физ.-мат. наук, доцент, и.о. первого проректора – проректора по учебной работе КБГУ, и.о. заведующего кафедрой алгебры и дифференциальных уравнений, Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова;

360004, Россия, Нальчик, ул. Чернышевского, 173;

[lvn\\_kbsu@mail.ru](mailto:lvn_kbsu@mail.ru), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3768-6192>

**Ашинова Ирина Викторовна**, д-р филол. наук, ученый секретарь Ученого совета КБГУ, профессор кафедры педагогического образования, Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова;

360004, Россия, Нальчик, ул. Чернышевского, 173;

[asin07@mail.ru](mailto:asin07@mail.ru), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2281-0269>

### REFERENCES

1. Bobyleva S.N., Kiryushina P.A., Kudryavtseva O.V. *Zelyonaya ekonomika i celi ustojchivogo razvitiya dlya Rossii: kollektivnaya monografiya* [Green Economy and Sustainable Development Goals for Russia: Collective Monograph.] Moscow: Moskovskij gosudarstvennyj universitet [Moscow State University] 2019. 284 p. (In Russian)

2. Vukovich N.A. «Green» economy: definition and modern eco-logo-economic model. *Vestnik UrFU. Seriya ekonomika i upravlenie* [Bulletin of Ural Federal University. Series Economics and Management]. 2018. Vol. 17. No. 1. Pp. 128–145. (In Russian)

3. Nakhushev A.M. On the problem of mathematical modeling of regional socio-economic systems. *Cifrovaya transformaciya nauki i obrazovaniya* [Digital Transformation of the science and education] Vestnik SamSTU. [Bulletin of Sam STU. Series Mathematical]. 2007. Vol. 6. No. 2. Pp. 4–15. (In Russian)

4. Nakhushev A.M. On some effective parameters of open time systems of regional management. *Izvestiya Kabardino-Balkarskogo nauchnogo centra RAN* [News of the Kabardino-Balkarian Scientific Center of RAS]. 2002. Vol. 8. No. 1. Pp. 72–75. (In Russian)

5. Nakhusheva Z.A., Ashinova I.V. Economic-mathematical compartmental model of the economic and social educational ecosystem of the territory. *Cifrovaya transformaciya nauki i obrazovaniya* [Digital transformation of science and education]. Collection of scientific papers. 2020. Pp. 229–235. (In Russian)

6. Ashinova I.V., Gurfova R.V., Kalmykova A.M., Nakhusheva Z.A. Economic track of the model of ontogenesis of regional universities. *Ekonomika i upravlenie: problemy, resheniya* [Economics and management: problems, solutions]. 2020. Vol. 4. No. 12 (108). Pp. 15–21. (In Russian)

7. Nakhusheva Z.A., Ashinova I.V. A compartment model of the economic and social educational ecosystem of the territory. *Vestnik KRAUNTS. Fiziko-matematicheskie nauki* [Bulletin of Kamchatka Regional Association Education-Scientific Center. Physical and Mathematical Sciences]. 2020. Vol. 33. No. 4. Pp. 78–85. (In Russian)

8. Putilov V.A., Gorokhov A.V. *Sistemnaya dinamika regional'nogo razvitiya* [System dynamics of regional development]. Murmansk: Pazori, 2002. 306 p. (In Russian)

9. *Perechen' porucheniy Prezidenta Rossii po itogam zasedaniya Gossoveta 24 yanvarya 2017 goda* [List of assignments of the President of Russia following the meeting of the State Council on January 24, 2017]. <http://www.kremlin.ru/acts/assignments/orders/53775> (date of access 12/10/2021). (In Russian)

MSC: 91B62

Original article

## MATHEMATICAL MODELING OF GREEN ECONOMY DEVELOPMENT PROCESSES\*

Z.A. NAKHUSHEVA, V.N. LESEV, I.V. ASHINOVA

Kabardino-Balkarian State University named after H. M. Berbekov  
360004, Russia, Nalchik, 173 Chernyshevsky street

**Annotation.** With the help of mathematical methods of partial differential equations, including fractional order, as well as the theory of stability, mathematical models of sustainable development of the regional green economy are constructed. On the basis of the analysis of the tracks of economic genesis, the application of the diffusion equation in the construction of a generalized model is substantiated. The nature of the obtained model solutions is described and the main requirements for the transition of the region to a green-growth economy are determined.

**Keywords:** green economy, region, model, fractional derivative, development stability, nonlinearity, fractality, attractors

The article was submitted 10.12.2021

Accepted for publication 15.12.2021

**For citation.** Nakhusheva Z.A., Lesev V.N., Ashinova I.V. Mathematical modeling of green economy development processes. News of the Kabardino-Balkarian Scientific Center of RAS. 2021. No. 6 (104). Pp. 222–228. DOI: 10.35330/1991-6639-2021-6-104-222-228

---

\* The work was carried out within the framework of the "Priority-2030" program

**Information about the authors**

**Nakhusheva Zarema Adamovna**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Director of the Center for New Educational Technologies, Kabardino-Balkarian State University named after H.M. Berbekov;

360004, Russia, Nalchik, 173 Chernyshevsky street;

z.nakhusheva@mail.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8883-025X>

**Lesev Vadim Nikolaevich**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, acting First Vice-Rector – Vice-Rector for Academic Affairs of KBSU, acting Head of the Department of algebra and differential equations, Kabardino-Balkarian State University named after H.M. Berbekov;

360004, Russia, Nalchik, 173 Chernyshevsky street;

lvn\_kbsu@mail.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3768-6192>

**Ashinova Irina Viktorovna**, Doctor of Philological Sciences, Scientific Secretary of the Academic Council of KBSU, professor of the Department of pedagogical education, Kabardino-Balkarian State University named after H.M. Berbekov;

360004, Russia, Nalchik, 173 Chernyshevsky street;

asin07@mail.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2281-0269>