

МОДЕЛИРОВАНИЕ И АППРОКСИМАЦИЯ РАБОЧИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАСОСНО-СИЛОВЫХ АГРЕГАТОВ НАСОСНОЙ СТАНЦИИ МАГИСТРАЛЬНОГО ТРУБОПРОВОДА В СЕТИ ГОРОДСКОГО ВОДОСНАБЖЕНИЯ

В.Ч. КУДАЕВ, А.К. БУЗДОВ

Институт информатики и проблем регионального управления –
филиал Кабардино-Балкарского научного центра Российской академии наук
360000, Россия, Нальчик, ул. И. Арманд, 37-а

Аннотация. В представленной статье решена задача качественного моделирования и полиномиальной аппроксимации рабочих характеристик насосов насосной станции (НС) протяженных трубопроводов сети городского водоснабжения. Ее решение является необходимым и важным элементом актуальной задачи оптимального выбора типа и количества насосно-силовых агрегатов, обеспечивающим снижение стоимости НС и энергозатрат при подаче в трубопровод количества воды в заданном диапазоне.

Ключевые слова: насосная станция, сеть городского водоснабжения, магистральный трубопровод, минимизация энергозатрат и перерасхода воды, основные рабочие характеристики насосно-силовых агрегатов, математическое моделирование, аппроксимация

Статья поступила в редакцию 28.10.2021

Принята к публикации 19.11.2021

Для цитирования. Кудаев В.Ч., Буздов А.К. Моделирование и аппроксимация рабочих характеристик насосно-силовых агрегатов насосной станции магистрального трубопровода в сети городского водоснабжения // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2021. № 6 (104). С. 204–213. DOI: 10.35330/1991-6639-2021-6-104-204-213

ВВЕДЕНИЕ

В [1, 2] была поставлена и решена задача математического моделирования и оптимального проектирования протяженного трубопровода, встраиваемого в сеть городского водоснабжения.

Существующие в настоящее время подходы и методы решения задачи проектирования НС основаны на работах [3–5]. Но в настоящее время для снижения перерасхода воды следует обеспечить возможность подачи в протяженный трубопровод количества воды в широком диапазоне. В [6–7] была поставлена и решена задача оптимального выбора типа и количества насосно-силовых агрегатов (НСА) НС, обеспечивающих наиболее экономичное энергопотребление и максимальное водосбережение при обеспечении потребителей требуемым количеством воды. Для точного решения задачи оптимального выбора НСА требуется решить задачу моделирования и аппроксимации их основных рабочих характеристик:

- зависимости напора насоса от потока – $N_i(Q)$, где i – номер насоса в серии (типе) НСА;
- зависимости мощности от выдаваемого насосом потока – $N_i(Q)$;
- зависимости коэффициента полезного действия насоса от потока $\eta(Q)$, который одинаков для всех насосов серии (т.е. не зависит от i).

1. ОСНОВА МОДЕЛИРОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК

Представленные здесь полиномиальное моделирование и аппроксимация основных рабочих характеристик НСА, заданных заводом-изготовителем в виде графиков (см. рис. 1), $H_i(Q)$, $N_i(Q)$, $\eta(Q)$, $Q \in [Q_{\min}, Q_{\max}]$, основаны на строгом учете особых точек графиков: внутренних экстремумов в рабочей зоне $[Q_{\min}, Q_{\max}]$ действия насосов серии, точек перегиба, симметрии или несимметрии графика относительно особых точек, интервалов строгой вогнутости и выпуклости. Будем обозначать функции, моделирующие $H_i(Q)$, $N_i(Q)$, $\eta(Q)$, соответственно $\bar{H}_i(Q)$, $\bar{N}_i(Q)$, $\bar{\eta}(Q)$. Кроме выделенных на графиках точек, соответствующих потокам Q_{\min} , $(Q_{\min}+Q_{\max})/2$, Q_{\max} , введем в рассмотрение еще и точки, соответствующие потокам, делящим каждую из полузон $[Q_{\min}, (Q_{\min}+Q_{\max})/2]$, $[(Q_{\min}+Q_{\max})/2, Q_{\max}]$ на две равные части, т.е.

$$(Q_{\min}+(Q_{\min}+Q_{\max})/2)/2=(3Q_{\min}+Q_{\max})/4 \text{ и } ((Q_{\min}+Q_{\max})/2+Q_{\max})/2=(Q_{\min}+3Q_{\max})/4.$$

Обозначим для удобства:

$$Q_{\min}=Q_0, (3Q_{\min}+Q_{\max})/4=Q_1, (Q_{\min}+Q_{\max})/2= Q_2, (Q_{\min}+3Q_{\max})/4= Q_3, Q_{\max}= Q_4.$$

Для НСА типа ЦНС 300 (рис. 1) $Q_{\min}=225 \text{ м}^3/\text{час}$, $Q_{\max}=375 \text{ м}^3/\text{час}$.

2. АППРОКСИМАЦИЯ $H_i(Q)$ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ АППРОКСИМАЦИИ

Как видно из графика $H_i(Q)$ (см. рис. 1), рабочая зона не содержит особых точек, а график соответствует строго вогнутой (выпуклой вверх) пологой функции. Вследствие этого он с достаточной точностью аппроксимируется полиномом 2-го порядка

$$\bar{H}_i(Q) = a_i Q^2 + b_i Q + c_i, \quad Q \in [Q_0, Q_4]. \quad (1)$$

Аппроксимацию заданного графика $H_i(Q)$ проведем по двум крайним и серединной точке рабочего диапазона, т.е. $(Q_0, H_i(Q_0))$, $(Q_2, H_i(Q_2))$, $(Q_4, H_i(Q_4))$, $i=1, \dots, n$. Для ЦНС 300 $n=9$. Решая соответствующую систему линейных уравнений

$$\begin{cases} a_i Q_0^2 + b_i Q_0 + c_i = H_i(Q_0) \\ a_i Q_2^2 + b_i Q_2 + c_i = H_i(Q_2) \\ a_i Q_4^2 + b_i Q_4 + c_i = H_i(Q_4) \end{cases} \quad (2)$$

методом Гаусса (см. [1]), получим следующее аналитическое решение:

$$a_i = \frac{2(H_{i0}-2H_{i2}+H_{i4})}{(Q_0-Q_4)^2}, \quad b_i = 2 \left[\frac{H_{i0}-H_{i2}}{Q_0-Q_4} - \left(\frac{3Q_0+Q_4}{4} \right) a_i \right], \quad c_i = H_{i0} - a_i Q_0^2 - b_i Q_0, \quad (3)$$

где $H_{i0} = H_i(Q_0)$, $H_{i2} = H_i(Q_2)$, $H_{i4} = H_i(Q_4)$.

Алгоритм вычисления a_i, b_i, c_i следует из (3).

Проведем построение и оценку точности аппроксимации для одного из насосов серии ЦНС 300, например для $i = 5$, т.е. $\bar{H}_5(Q)$, что соответствует ЦНС 300–360, $\bar{H}_5(Q)$, $Q \in [Q_0, Q_4]$. Для ЦНС 300 $Q_0 = 225 \text{ м}^3/\text{час}$, $Q_4 = 375 \text{ м}^3/\text{час}$. Для ЦНС 300–360 $H_5(225) = 375,2$, $H_5(300) = 360,8$, $H_5(375) = 311,6$. Из (3) получим:

$$a_5 = \frac{2(375,2-2*360,8+311,6)}{(225-375)^2} = -0,003093, \quad b_5 = 2 \left[\frac{375,2-360,8}{225-375} - \left(\frac{3*225+375}{4} \right) a_5 \right] = 1,432, \\ c_5 = 375,2 - a_5 225^2 - b_5 225 = 209,6,$$

$$\bar{H}_5(Q) = -0,003093Q^2 + 1,432Q + 209,6, \quad Q \in [225; 375].$$

Точность аппроксимации представленного заводом-изготовителем рабочего графика НСА типа ЦНС 300–360 будем оценивать по дискретному среднеквадратичному отклонению $\bar{H}_5(Q)$ от $H_5(Q)$ при потоках $Q = 250, Q = 275, Q = 325, Q = 350$. $H_5(250) = 369,2, H_5(275) = 366,8, H_5(325) = 346,4, H_5(350) = 329,6$, т.е.

$$\frac{1}{4} \sqrt{(H_5(250) - \bar{H}_5(250))^2 + (H_5(275) - \bar{H}_5(275))^2 + (H_5(325) - \bar{H}_5(325))^2 + (H_5(350) - \bar{H}_5(350))^2} =$$

$$\frac{1}{4} \sqrt{(369,2 - 374,2875)^2 + (366,8 - 369,4919)^2 + (346,4 - 348,3019)^2 + (329,6 - 331,9075)^2} =$$

$$\frac{1}{4} \sqrt{42,07076} = 1,6215494.$$

Относительное дискретное среднеквадратичное отклонение равно:

$$\frac{1}{4} \sqrt{\left[\frac{H_5(250) - \bar{H}_5(250)}{H_5(250)}\right]^2 + \left[\frac{H_5(275) - \bar{H}_5(275)}{H_5(275)}\right]^2 + \left[\frac{H_5(325) - \bar{H}_5(325)}{H_5(325)}\right]^2 + \left[\frac{H_5(350) - \bar{H}_5(350)}{H_5(350)}\right]^2} =$$

$$\frac{1}{4} \sqrt{0,000323} = 0,0044924, \text{ т.е. составляет } 0,44924\%.$$

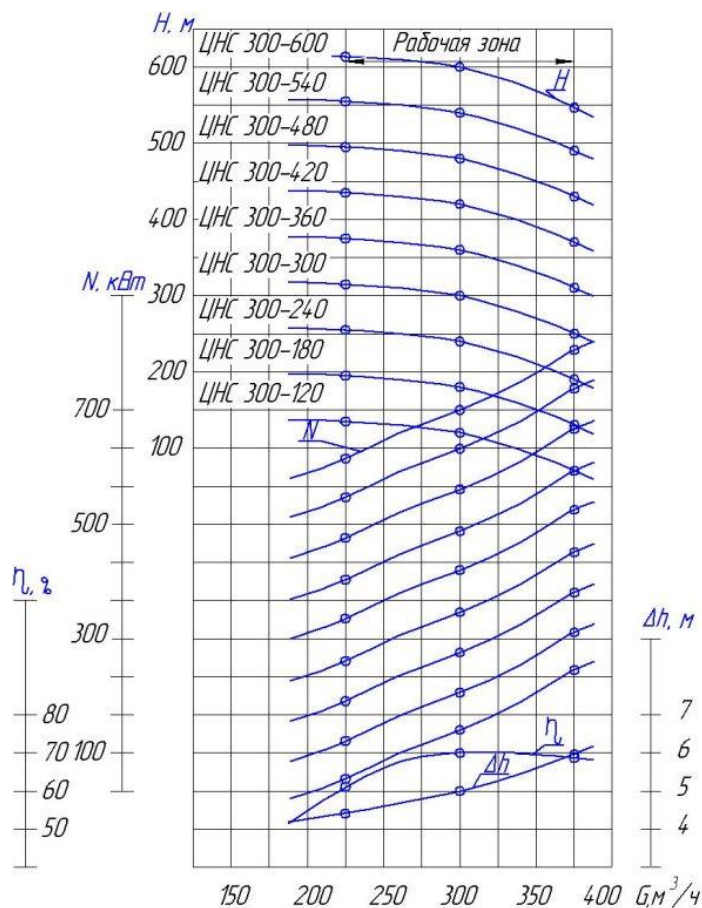


Рис. 1. Рабочие характеристики напора (H), мощности (N), к.п.д. (η) насосов серии ЦНС 300

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ АППРОКСИМАЦИИ $N_i(Q)$

Моделирование $N_i(Q)$ основано на следующем.

– Потребляемая НСА мощность с ростом Q растет, т.е. $N_2(Q)$ в рабочей зоне насоса $[Q_0, Q_4]$ является строго возрастающей функцией.

– Как видно из рис. 1, заданный график мощности $N_i(Q)$ является вогнуто-выпуклым на $[Q_0, Q_4]$, причем точке перегиба соответствует срединный поток Q_2 .

– Для аппроксимации $N_i(Q)$, кроме значений Q_0, Q_2, Q_4 , потребуются еще точки, характеризующие выгиб и прогиб $N_i(Q)$ соответственно на $[Q_0, Q_2]$ и $[Q_2, Q_4]$.

– Аппроксимирующий заданную графически функцию $N_i(Q)$ полином должен быть, таким образом, 4-го порядка. Но тогда он будет иметь две точки перегиба, и при аппроксимации им $N_i(Q)$ на $[Q_0, Q_4]$ может появиться еще одна точка перегиба, чего не видно из графика $N_i(Q)$ на $[Q_0, Q_4]$.

– Для исключения подобного будем проводить аппроксимацию $N_i(Q), Q \in [Q_0, Q_4]$ наложением двух полиномов 3-го порядка:

полиномом $\bar{N}_i^{(1)}(Q) = a_i^{(1)}Q^3 + b_i^{(1)}Q^2 + c_i^{(1)}Q + d_i^{(1)}$, проходящим через точки $(Q_0, N_i(Q_0)), (Q_1, N_i(Q_1)), (Q_2, N_i(Q_2)), (Q_3, N_i(Q_3))$

и полиномом $\bar{N}_i^{(2)}(Q) = a_i^{(2)}Q^3 + b_i^{(2)}Q^2 + c_i^{(2)}Q + d_i^{(2)}$, проходящим через точки $(Q_1, N_i(Q_1)), (Q_2, N_i(Q_2)), (Q_3, N_i(Q_3)), (Q_4, N_i(Q_4))$.

Таким образом, через точки $(Q_1, N_i(Q_1)), (Q_2, N_i(Q_2)), (Q_3, N_i(Q_3))$ будут проходить графики обоих полиномов.

– Поскольку при этом графики обоих полиномов на этой общей их части являются вогнутыми на $[Q_1, Q_2]$ и выпуклыми на $[Q_2, Q_3]$ с точкой перегиба $(Q_2, N_i(Q_2))$, то и график композиции функций $\frac{\bar{N}_i^{(1)}(Q) + \bar{N}_i^{(2)}(Q)}{2}$ будет на $[Q_1, Q_3]$ вогнуто-выпуклым и проходящим через точки $(Q_1, \bar{N}_i(Q_1)), (Q_2, \bar{N}_i(Q_2)), (Q_3, \bar{N}_i(Q_3))$.

– Тогда аппроксимация $N_i(Q), Q \in [Q_0, Q_4]$ проводится следующим образом:

$$\bar{N}_i(Q) = \begin{cases} \bar{N}_i^{(1)}(Q), Q \in [Q_0, Q_1] \\ \frac{\bar{N}_i^{(1)}(Q) + \bar{N}_i^{(2)}(Q)}{2}, Q \in [Q_1, Q_3] \\ \bar{N}_i^{(2)}(Q), Q \in (Q_3, Q_4]. \end{cases} \quad (4)$$

– Поскольку рабочая зона у всех НСА одного типа одинакова, то значения Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 у НСА одного типа одинаковы. Например, у НСА типа ЦНС (см. рис.1) они таковы: $Q_0=225, Q_1=262,5, Q_2=300, Q_3=337,5, Q_4=375$.

– Обозначим для удобства

$$N_i(Q_0) = N_{i,0}, N_i(Q_1) = N_{i,1}, N_i(Q_2) = N_{i,2}, N_i(Q_3) = N_{i,3}, N_i(Q_4) = N_{i,4}.$$

Рассмотрим построение аппроксимирующих полиномов $\bar{N}_i^{(1)}, \bar{N}_i^{(2)}$:

$$\bar{N}_i^{(1)}(Q) = a_i^{(1)}Q^3 + b_i^{(1)}Q^2 + c_i^{(1)}Q + d_i^{(1)}, Q \in [Q_0, Q_3],$$

$$\bar{N}_i^{(2)}(Q) = a_i^{(2)}Q^3 + b_i^{(2)}Q^2 + c_i^{(2)}Q + d_i^{(2)}, Q \in [Q_1, Q_4].$$

Для моделирования $N_i^{(1)}(Q)$ на $[Q_0, Q_3]$ получим:

$$\begin{cases} a_i^{(1)}Q_0^3 + b_i^{(1)}Q_0^2 + c_i^{(1)}Q_0 + d_i^{(1)} = N_{i,0} \\ a_i^{(1)}Q_1^3 + b_i^{(1)}Q_1^2 + c_i^{(1)}Q_1 + d_i^{(1)} = N_{i,1} \\ a_i^{(1)}Q_2^3 + b_i^{(1)}Q_2^2 + c_i^{(1)}Q_2 + d_i^{(1)} = N_{i,2} \\ a_i^{(1)}Q_3^3 + b_i^{(1)}Q_3^2 + c_i^{(1)}Q_3 + d_i^{(1)} = N_{i,3}. \end{cases}$$

Для всех НСА серии ЦНС 300 имеем:

$$\begin{cases} (225)^3 a_i^{(1)} + (225)^2 b_i^{(1)} + 225c_i^{(1)} + d_i^{(1)} = N_{i,0} \\ (262,5)^3 a_i^{(1)} + (262,5)^2 b_i^{(1)} + 262,5c_i^{(1)} + d_i^{(1)} = N_{i,1} \\ (300)^3 a_i^{(1)} + (300)^2 b_i^{(1)} + 300c_i^{(1)} + d_i^{(1)} = N_{i,2} \\ (337,5)^3 a_i^{(1)} + (337,5)^2 b_i^{(1)} + 337,5c_i^{(1)} + d_i^{(1)} = N_{i,3}. \end{cases} \quad (5)$$

Решая систему методом Гаусса, получим:

$$\begin{cases} 11390625a_i^{(1)} + 50625b_i^{(1)} + 225c_i^{(1)} + d_i^{(1)} = N_{i,0} \\ 6697265,625a_i^{(1)} + 18281,25b_i^{(1)} + 37,5c_i^{(1)} = N_{i,1} - N_{i,0} \\ 2214843,75a_i^{(1)} + 2812,5b_i^{(1)} = N_{i,2} - 2N_{i,1} + N_{i,0} \\ 316406,25a_i^{(1)} = N_{i,3} - 3N_{i,2} + 3N_{i,1} - N_{i,0}. \end{cases} \quad (6)$$

Отсюда следует:

$$\begin{aligned} a_i^{(1)} &= \frac{N_{i,3} - 3N_{i,2} + 3N_{i,1} - N_{i,0}}{316406,25}, \quad b_i^{(1)} = \frac{N_{i,2} - 2N_{i,1} + N_{i,0} - 2214843,75a_i^{(1)}}{2812,5}, \\ c_i^{(1)} &= \frac{N_{i,1} - N_{i,0} - 6697265,625a_i^{(1)} - 18281,25b_i^{(1)}}{37,5}, \\ d_i^{(1)} &= N_{i,0} - 11390625a_i^{(1)} - 50625b_i^{(1)} - 225c_i^{(1)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Таким образом:

$$\begin{aligned} \bar{N}_i^{(1)}(Q) &= \frac{N_{i,3} - 3N_{i,2} + 3N_{i,1} - N_{i,0}}{316406,25} Q^3 + \frac{N_{i,2} - 2N_{i,1} + N_{i,0} - 2214843,75a_i^{(1)}}{2812,5} Q^2 + \\ &+ \frac{N_{i,1} - N_{i,0} - 6697265,625a_i^{(1)} - 18281,25b_i^{(1)}}{37,5} Q + N_{i,0} - 11390625a_i^{(1)} - 50625b_i^{(1)} - 225c_i^{(1)}, \quad Q \in [Q_0, Q_3]. \end{aligned}$$

Аналогично на $Q \in [262,5; 375]$:

$$\begin{cases} (262,5)^3 a_i + (262,5)^2 b_i + 262,5c_i + d_i = N_{i,1} \\ (300)^3 a_i + (300)^2 b_i + 300c_i + d_i = N_{i,2} \\ (337,5)^3 a_i + (337,5)^2 b_i + 337,5c_i + d_i = N_{i,3} \\ (375)^3 a_i + (375)^2 b_i + 375c_i + d_i = N_{i,4}. \end{cases} \quad (8)$$

Решая систему методом Гаусса, получим

$$\begin{cases} 18087890,625a + 68906,25b + 262,5c + d = N_{i,1} \\ 8912109,375a + 21093,75b + 37,5c = N_{i,2} - N_{i,1} \\ 2531250a + 2812,5b = N_{i,3} - 2N_{i,2} + N_{i,1} \\ 316406,25a = N_{i,4} - 3N_{i,3} + 3N_{i,2} - N_{i,1}. \end{cases} \quad (9)$$

Отсюда следует:

$$\begin{aligned} a_i^{(2)} &= \frac{N_{i,4} - 3N_{i,3} + 3N_{i,2} - N_{i,1}}{316406,25}, \quad b_i^{(2)} = \frac{N_{i,3} - 2N_{i,2} + N_{i,1} - 2531250a_i^{(2)}}{2812,5}, \\ c_i^{(2)} &= \frac{N_{i,2} - N_{i,1} - 8912109,375a_i^{(2)} - 21093,75b_i^{(2)}}{37,5}, \\ d_i^{(2)} &= N_{i,1} - 18087890,625a_i^{(2)} - 68906,25b_i^{(2)} - 262,5c_i^{(2)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Таким образом:

$$\bar{N}_i^{(2)}(Q) = \frac{N_{i,4} - 3N_{i,3} + 3N_{i,2} - N_{i,1}}{316406,25} Q^3 + \frac{N_{i,3} - 2N_{i,2} + N_{i,1} - 2531250a_i^2}{2812,5} Q^2 + \frac{N_{i,2} - N_{i,1} - 8912109,375a_i^2 - 21093,75b_i^2}{37,5} Q + N_{i,1} - 18087890,625a_i^2 - 68906,25b_i^2 - 262,5c_i^2, Q \in [Q_1, Q_4]. \quad (11)$$

На общей зоне действия обоих полиномов, т.е. на $Q \in [Q_1, Q_3]$ получим:

$$\bar{N}_i(Q) = \frac{\bar{N}_i^{(1)}(Q) + \bar{N}_i^{(2)}(Q)}{2} = \left(\frac{a_i^{(1)} + a_i^{(2)}}{2} \right) Q^3 + \left(\frac{b_i^{(1)} + b_i^{(2)}}{2} \right) Q^2 + \left(\frac{c_i^{(1)} + c_i^{(2)}}{2} \right) Q + \left(\frac{d_i^{(1)} + d_i^{(2)}}{2} \right). \quad (12)$$

Оценим точность аппроксимации $N_i(Q)$ представленным методом на примере НСА ЦНС 300-360, т.е. при $i=5$:

$$N_{5,0} = N_5(225) = 336,36 \text{ (кВт/час)}, N_{5,1} = N_5(262,5) = 383,34 \text{ (кВт/час)}, N_{5,2} = N_5(300) = 423,34 \text{ (кВт/час)}, N_{5,3} = N_5(337,5) = 466,67 \text{ (кВт/час)}, N_{5,4} = N_5(375) = 526,67 \text{ (кВт/час)}.$$

Из (7), (10) получим

$$\begin{aligned} a_5^{(1)} &= 0,00003258; b_5^{(1)} = -0,0281422; c_5^{(1)} = 9,152711; d_5^{(1)} = -669,46 \\ a_5^{(2)} &= 0,00004216; b_5^{(2)} = -0,0367609; c_5^{(2)} = 11,72484; d_5^{(2)} = -923,98 \\ \bar{N}_5^{(1)}(Q) &= 0,00003258Q^3 - 0,0281422Q^2 + 9,152711Q - 669,46 \\ \bar{N}_5^{(2)}(Q) &= 0,00004216Q^3 - 0,0367609Q^2 + 11,72484Q - 923,98, \end{aligned}$$

т.е.

$$\bar{N}_5(Q) = \begin{cases} 0,00003258Q^3 - 0,0281422Q^2 + 9,152711Q - 669,46, & Q \in [225; 262,5) \\ 0,00003737Q^3 - 0,032452Q^2 + 10,43878Q - 796,72, & Q \in [262,5; 337,5) \\ 0,00004216Q^3 - 0,0367609Q^2 + 11,72484Q - 923,98, & Q \in (337,5; 375]. \end{cases}$$

Точность аппроксимации представленного заводом-изготовителем рабочего графика НСА типа ЦНС 300-360, как и выше, будем оценивать по дискретному среднеквадратичному отклонению в точках $(250, N_5(250))$, $(275, N_5(275))$, $(325, N_5(325))$, $(350, N_5(350))$, где $N_5(250) = 368,254$, $N_5(275) = 395,2381$, $N_5(325) = 450,7937$, $N_5(350) = 485,7143$, т.е.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \sqrt{(N_5(250) - \bar{N}_5(250))^2 + (N_5(275) - \bar{N}_5(275))^2 + (N_5(325) - \bar{N}_5(325))^2 + (N_5(350) - \bar{N}_5(350))^2} \\ &= \frac{1}{4} \sqrt{(368,254 - 368,9647)^2 + (395,2381 - 397,022)^2 + (450,7937 - 451,1085)^2 + (485,7143 - 484,1138)^2} \\ &= \frac{1}{4} \sqrt{6,348093} = 0,6298856 \end{aligned}$$

и относительному дискретному среднеквадратичному отклонению:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \sqrt{\left[\frac{N_5(250) - \bar{N}_5(250)}{N_5(250)} \right]^2 + \left[\frac{N_5(275) - \bar{N}_5(275)}{N_5(275)} \right]^2 + \left[\frac{N_5(325) - \bar{N}_5(325)}{N_5(325)} \right]^2 + \left[\frac{N_5(350) - \bar{N}_5(350)}{N_5(350)} \right]^2} \\ &= \frac{1}{4} \sqrt{0,00003544} = 0,0014883, \text{ что составляет } 0,14883 \%. \end{aligned}$$

4. АППРОКСИМАЦИЯ ЗАДАННОГО РАБОЧЕГО ГРАФИКА К.П.Д. НАСОСОВ $\eta(Q)$, $Q \in [Q_0, Q_4]$

– Представленный заводом-изготовителем насосов ЦНС-300 (как и других центробежных насосов типа ЦНС) рабочий график $(Q, \eta(Q))$, $Q \in [Q_0, Q_4]$ является строго вогнутым.

– Однако график $\eta(Q)$ не может быть аппроксимирован одним полиномом 2-го порядка на $[Q_0, Q_4]$, т.к. этот график сильно несимметричен относительно точки максимума $(Q_2, \eta(Q_2))$, расположенной в середине рабочего диапазона. Вследствие этого будем проводить аппроксимацию $\eta(Q)$ на $[Q_0, Q_4]$ двумя полиномами 2-го порядка «встык»:

$$\bar{\eta}^{(1)}(Q), Q \in [Q_0, Q_2], \bar{\eta}^{(2)}(Q), Q \in [Q_2, Q_4], \bar{\eta}^{(1)}(Q_2) = \bar{\eta}^{(2)}(Q_2).$$

– Проведем аппроксимацию $\eta(Q)$, $Q \in [Q_0, Q_2]$ по точкам $(Q_0, \eta(Q_0))$, $(Q_1, \eta(Q_1))$, $(Q_2, \eta(Q_2))$ полиномом 2-го порядка $\bar{\eta}^{(1)}$. Для НСА ЦНС 300 определим по рабочему графику (рис. 1) значения $\eta(Q)$ для значений $Q_0 = 225$, $Q_2 = 300$, и $Q_1 = 262,5$. По $\eta(Q)$ получим $\eta(225)=61,8$; $\eta(262,5)=67,27$; $\eta(300)=70,0$. Итак, аппроксимацию $\eta(Q)$, $Q \in [225, 300]$ проводим по точкам $(225; 61,8)$; $(262,5; 67,27)$; $(300; 70)$. Получим систему для определения коэффициентов полинома $\bar{\eta}^{(1)}(Q)$:

$$\begin{cases} 225^2 a_1^{(1)} + 225 b_1^{(1)} + c_1^{(1)} = 61,8 \\ 262,5^2 a_1^{(1)} + 262,5 b_1^{(1)} + c_1^{(1)} = 67,27 \\ 300^2 a_1^{(1)} + 300 b_1^{(1)} + c_1^{(1)} = 70. \end{cases}$$

Решаем систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} 50625 a_1^{(1)} + 225 b_1^{(1)} + c_1^{(1)} = 61,8 \\ 18281,25 a_1^{(1)} + 37,5 b_1^{(1)} = 5,47 \\ 2811,75 a_1^{(1)} = -2,74. \end{cases}$$

Получим

$$a_1^{(1)} = -0,0009745, b_1^{(1)} = 0,6276, c_1^{(1)} = -30,0759.$$

– Аппроксимация $\eta(Q)$ на $Q \in [Q_2, Q_4]$.

График $\eta(Q)$ на $Q \in [Q_2, Q_4]$ весьма пологий. Поэтому в качестве промежуточной точки, через которую должен пройти $\bar{\eta}^{(2)}(Q)$, возьмем точку, соответствующую среднему потоку на $(300, 375)$, т.е. точку $(337,5; \bar{\eta}^{(2)}(337,5))$. Тогда из рабочего графика $\eta(Q)$ получим (см. рис. 1):

$$\bar{\eta}^{(2)}(300)=70,0; \bar{\eta}^{(2)}(337,5)=69,8; \bar{\eta}^{(2)}(375)=68,7.$$

Таким образом, для построения аппроксимирующего полинома на $Q \in [300, 375]$ следует решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 300^2 a_2 + 300 b_2 + c_2 = 70 \\ 337,5^2 a_2 + 337,5 b_2 + c_2 = 69,8 \\ 375^2 a_2 + 375 b_2 + c_2 = 68,1. \end{cases}$$

Решая систему методом Гаусса, получим:

$$\begin{cases} 90000a_2 + 300b_2 + c_2 = 70 \\ 23906,25a_2 + 37,5b_2 = -0,2 \\ 2812,5a_2 = -1,5 \end{cases}$$

$$a_2 = -0,00053; b_2 = 0,3325; c_2 = 17,95.$$

Итак, $\bar{\eta}^{(2)}(Q) = -0,00053Q^2 + 0,3325Q + 17,95$.

Таким образом:

$$\bar{\eta}(Q) = \begin{cases} -0,0009745Q^2 + 0,6276Q - 30,0759, & Q \in [225; 300] \\ -0,00053Q^2 + 0,3325Q + 17,95, & Q \in [300; 375]. \end{cases}$$

Оценим точность аппроксимации аналогично оценке $H_i(Q)$, $N_i(Q)$, т.е. по точкам:

$(250, \eta(250))$, $(275, \eta(275))$, $(325, \eta(325))$, $(350, \eta(350))$, где $\eta(250) = 66,0465$, $\eta(275) = 68,3721$, $\eta(325) = 70$, $\eta(350) = 69,3023$.

Получим дискретное среднеквадратичное отклонение:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \sqrt{(\eta(250) - \bar{\eta}(250))^2 + (\eta(275) - \bar{\eta}(275))^2 + (\eta(325) - \bar{\eta}(325))^2 + (\eta(350) - \bar{\eta}(350))^2} \\ &= \frac{1}{4} \sqrt{(66,0465 - 65,91785)^2 + (68,3721 - 68,81754)^2 + (70 - 70,03125)^2 + (69,3023 - 68,10625)^2} \\ &= \frac{1}{4} \sqrt{1,64647978} = 0,3207881 \end{aligned}$$

и относительное дискретное среднеквадратичное отклонение:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \sqrt{\left[\frac{\eta(250) - \bar{\eta}(250)}{\eta(250)} \right]^2 + \left[\frac{\eta(275) - \bar{\eta}(275)}{\eta(275)} \right]^2 + \left[\frac{\eta(325) - \bar{\eta}(325)}{\eta(325)} \right]^2 + \left[\frac{\eta(350) - \bar{\eta}(350)}{\eta(350)} \right]^2} \\ &= \frac{1}{4} \sqrt{0,0003443} = 0,004639, \end{aligned}$$

т.е. 0,4639 %.

Изложенный метод полиномиальной аппроксимации применим и к другим насосам типа ЦНС: ЦНС 105, ЦНС 180, ЦНС 500 и др.

ВЫВОДЫ

1. Разработаны подход, метод и алгоритм моделирования и полиномиальной аппроксимации основных рабочих характеристик насосно-силовых агрегатов насосной станции, заданных заводом-изготовителем в виде графиков. Метод основан на строгом учете особых точек графиков: внутренних экстремумов в рабочей зоне $[Q_{\min}, Q_{\max}]$ действия насосов серии, точек перегиба, симметрии или несимметрии графика относительно особых точек, интервалов строгой вогнутости и выпуклости.
2. Проведена оценка точности аппроксимации рабочих графиков на основе дискретного среднеквадратичного и относительного дискретного среднеквадратичного отклонения от значения рабочего графика его полиномиальной аппроксимации, показавшая ее высокую точность.
3. Разработана программа, реализующая вышеизложенный алгоритм моделирования и вычисляющая точность аппроксимации на примере насосов серии ЦНС 300.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кудяев В.Ч., Буздов А.К. Математическое моделирование и компьютерное проектирование магистральных трубопроводов, встраиваемых в сеть городского водоснабжения // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2018. № 4(24). С. 109–116. DOI: 10.18454/2079-6641-2018-24-4-109-116.
2. Буздов А.К., Титов А.С. Виртуальное прототипирование проектируемого протяженного трубопровода, встраиваемого в сеть городского водоснабжения // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2019. № 4 (90). С. 5–13.
3. Рычагов В.В., Флоринский М.М. Насосы и насосные станции. Москва: Колос, 1975.
4. Турк В.И., Минаев А.В., Карелин В.Я. Насосы и насосные станции. Москва: Стройиздат, 1976.
5. Абрамов Н.Н. и др. Расчет водопроводных сетей. Москва: Стройиздат, 1983. 278 с.
6. Кудяев В.Ч., Буздов А.К. Решение задачи оптимального выбора типа и количества насосно-силовых агрегатов насосной станции для магистрального трубопровода в сети городского водоснабжения // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2020. № 5 (97). С. 68–78. DOI: 10.35330/1991-6639-2020-5-97-68-78.
7. Кудяев В.Ч. Решение задач наилучшего приближения сеточной функции линейными сплайнами и их приложения к принятию решений // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2015. № 4(66). С. 20–27.

Информация об авторах

Кудяев Валерий Черимович, канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотр. отдела «Автоматизация и информатизация региональных систем управления», Институт информатики и проблем регионального управления – филиал Кабардино-Балкарского научного центра РАН;
360000, Россия, Нальчик, ул. И. Арманд, 37-а;
vchkudaev@mail.ru

Буздов Аслан Каральбиевич, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр. отдела «Автоматизация и информатизация региональных систем управления», Институт информатики и проблем регионального управления – филиал Кабардино-Балкарского научного центра РАН;
360000, Россия, Нальчик, ул. И. Арманд, 37-а;
abuzdov@rambler.ru

REFERENCES

1. Kudaev V.Ch., Buzdov A.K. Mathematical modeling and computer design of main pipelines built into the city water supply network. *Vestnik KRAUNTS. Fiz.-mat. nauki* [Kamchatka Regional Association Scientific-Educational Center (KRASEC) Bulletin. Phys.-mat. Sciences]. 2018. No. 4 (24). Pp. 109–116. DOI: 10.18454 / 2079-6641-2018-24-4-109-116. (In Russian)
2. Buzdov A.K., Titov A.S. Virtual prototyping of a projected extended pipeline built into the urban water supply network. *Izvestiya Kabardino-Balkarskogo nauchnogo centra RAN* [News of the Kabardino-Balkarian Scientific Center of RAS]. 2019. No. 4 (90). Pp. 5–13. (In Russian)
3. Rychagov V.V., Florinsky M.M. *Nasosy i nasosnyye stantsii* [Pumps and pumping stations]. Moscow: Kolos, 1975. (In Russian)
4. Turk V.I., Minaev A.V., Karelin V.Ya. *Nasosy i nasosnyye stantsii* [Pumps and pumping stations]. Moscow: Stroyizdat, 1976. (In Russian)
5. Abramov N.N. and other. *Raschet vodoprovodnykh setey* [Calculation of water supply networks]. Moscow: Stroyizdat, 1983. 278 p. (In Russian)
6. Kudaev V.Ch., Buzdov A.K. The solution of the problem of optimal choice of the type and number of pumping-power units of the pumping station for the main pipeline in the urban water

supply network. *Izvestiya Kabardino-Balkarskogo nauchnogo centra RAN* [News of the Kabardino-Balkarian Scientific Center of RAS]. 2020. No. 5 (97). Pp. 68–78. DOI: 10.35330/1991-6639-2020-5-97-68-78. (In Russian)

7. Kudaev V.Ch. Solving problems of the best approximation of a grid function by linear splines and their applications to decision-making. *Izvestiya Kabardino-Balkarskogo nauchnogo centra RAN* [News of the Kabardino-Balkarian Scientific Center of RAS]. 2015. No. 4 (66). Pp. 20–27. (In Russian)

MSC: 90C27; 90C90

Original article

MODELING AND APPROXIMATION OF PERFORMANCE CHARACTERISTICS OF PUMPING AND POWER UNITS OF A PUMPING STATION OF A MAIN PIPELINE IN A CITY WATER SUPPLY NETWORK

V.Ch. KUDAEV, A.K. BUZDOV

Institute of Computer Science and Problems of Regional Management –
branch of Kabardino-Balkarian Scientific Center of the Russian Academy of Sciences
360000, Russia, Nalchik, 37-a I. Armand street

Annotation. In the presented article, the problem of qualitative modeling and polynomial approximation of the operating characteristics of pumps of a pumping station (PS) of extended pipelines of a city water supply network is solved. The solution of this problem is a necessary and important element of the urgent problem of the optimal choice of the type and number of pumping and power units, which ensures a decrease in the cost of the pumping unit and energy consumption when the amount of water is supplied to the pipeline in a set range.

Keywords: pumping station, city water supply network, main pipeline, minimization of energy consumption and overconsumption of water, main operating characteristics of pumping and power units, mathematical modeling, approximation

The article was submitted 28.10.2021

Accepted for publication 19.11.2021

For citation. Kudaev V.Ch., Buzdov A.K. Modeling and approximation of performance characteristics of pumping and power units of a pumping station of a main pipeline in a city water supply network. *News of the Kabardino-Balkarian Scientific Center of RAS*. 2021. No. 6 (104). Pp. 204–213. DOI: 10.35330/1991-6639-2021-6-104-204-213

Information about the authors

Kudaev Valery Cherimovich, Candidate of Physical and Mathematical sciences, Leading Researcher of the Department of Automation and Informatization of Regional Control Systems, Institute of Computer Science and Regional Management Problems – branch of Kabardino-Balkarian Scientific Center of the Russian Academy of Sciences;

360000, Russia, Nalchik, 37-a I. Armand street;
vchkudaev@mail.ru

Buzdov Aslan Karalbievich, Candidate of Physical and Mathematical sciences, Senior Researcher of the Department of Automation and Informatization of Regional Control Systems, Institute of Computer Science and Regional Management Problems – branch of Kabardino-Balkarian Scientific Center of the Russian Academy of Sciences;

360000, Russia, Nalchik, 37-a I. Armand street;
abuzdov@rambler.ru