

УДК 517.54; 532.5.031

MSC 30C20, 30C35, 31A15, 86-10

DOI:10.35330/1991-6639-2020-2-94-3-13

ГЕОФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИМПУЛЬСНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ПОВЕРХНОСТЬ ГРУНТА

К.Н. АНАХАЕВ

Институт прикладной математики и автоматизации –
филиал ФГБНУ «Федеральный научный центр
«Кабардино-Балкарский научный центр Российской академии наук»
360000, КБР, г. Нальчик, ул. Шортанова, 89 А
E-mail: ipma@niipma.ru

В работе приведены расширенные результаты геофизического моделирования плоской задачи импульсного воздействия на поверхность грунта, полученные методом последовательных конформных отображений физической области течения в виде области комплекса Кирхгоффа на область комплексного потенциала – прямоугольника. При этом принималось допущение акад. М.А. Лаврентьева о придании грунтовому массиву свойств идеальной несжимаемой жидкости в условиях импульсного (взрывного) воздействия. Полученные аналитические зависимости позволяют определять как очертание воронки выброса грунта, так и все необходимые гидромеханические характеристики потенциального потока (напорную функцию, функцию тока, скорости течения и др.). Приведен пример расчета тестовой задачи, в котором, в частности, полученное очертание воронки выброса грунта полностью совпадает с результатами известного строгого решения Лаврентьева-Кузнецова.

Ключевые слова: импульсное воздействие, воронка выброса, комплекс Кирхгоффа, комплексный потенциал, конформные, отображения, напорная функция, функция тока.

Плоская задача импульсного воздействия (в виде взрыва шпурового заряда) на поверхность различных массивов тел моделировалась в работах [1-5]. При этом принималось допущение акад. М.А. Лаврентьева о придании рассматриваемым массивам при значительном силовом (взрывном) воздействии на них свойств идеальной несжимаемой жидкости. Критерием принятия такого допущения являются значения скоростей, превышающие некоторую критическую скорость $V_{кр}$, величина которой зависит от физико-механических и прочностных свойств рассматриваемого массива и определяется на основе данных экспериментов.

Ниже приводится геофизическое моделирование импульсного воздействия на поверхность грунтового массива в более расширенном изложении, чем в [4], с использованием метода последовательных конформных отображений области течения $z = x + iy$ (рис. 1; 2 а), представленной в виде комплекса Кирхгоффа $\zeta_k = \xi_k + i\eta_k$ (рис. 2 б) [6], на область комплексного потенциала $W = \varphi + i\psi$ (рис. 3 а), где x, y и ξ_k, η_k – текущие координаты областей z и ζ_k , φ и ψ – напорная (потенциальная) функция и функция тока.

С учетом симметричности области течения рассматривается только правая половина воронки выброса грунта $ABCPD$ с расположением осей координат x и y по рис. 1. При этом имеем следующие граничные условия [1, 3-5, 7]:

– вдоль очертания криволинейного участка воронки выброса DPC значение полной скорости потока V равно величине критической скорости $V = V_{кр}$, соответственно – внутри воронки выброса $V > V_{кр}$ и снаружи $V < V_{кр}$;

– по линии осевой симметрии (непроницаемой границы) AD и очертанию криволинейного участка воронки выброса DPC функция тока равна нулю $\psi = 0$;

– напорная (потенциальная) функция φ равна на линии заряда AB полному (единичному) напору H , т.е. $\varphi = H = 1$ (в усл. ед.), а на выходном участке BC – линии выброса грунта, $\varphi = 0$.

Для принятых граничных условий построение геометрического образа области комплексного потенциала $W = \varphi + i\psi$ (прямоугольника) осложняется наличием в физической области течения $z = x + iy$ «фокусной» точки B со скачкообразными условиями изменения потенциала (от 1 до 0) и направления скорости потока (на противоположное). Указанная трудность преодолевается введением в непосредственной близости от точки B некоторой огибающей кривой $m-n$ [7] (рис. 2 а), очертание которой в области комплекса Кирхгоффа $\zeta_k = \xi_k + i\eta_k$ (рис. 2 б) соответствует полуокружности радиуса $r \ll \frac{1}{V_{кр}} = \zeta_{k(кр)}$.

Изложенное позволяет получить образ комплексного потенциала $W = \varphi + i\psi$ в виде прямоугольника $AmnCD$ (рис. 3 а) шириной $H = 1$ и высотой, равной полному значению функции тока $\psi = q$ (определяемого в процессе решения задачи).

Область комплекса Кирхгоффа является обратной (инверсией) области годографа сопряженной скорости $\bar{V} = V_x - iV_y$

$$\zeta_k = \xi_k + i\eta_k = \frac{dz}{dW} = \frac{1}{V} = \frac{1}{V_x - iV_y}, \quad (1)$$

где V_x и V_y – горизонтальная и вертикальная составляющие полной скорости V , равные

$$V_x = \frac{\xi_k}{\xi_k^2 + \eta_k^2}, \quad V_y = \frac{\eta_k}{\xi_k^2 + \eta_k^2}; \quad V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}. \quad (2)$$

Всякий вектор, проведенный из центра координат области комплекса Кирхгоффа $\zeta_k = \xi_k + i\eta_k$ к рассматриваемой точке, показывает направление скорости в этой точке в физической области течения $z = x + iy$, а длина вектора численно равна обратному значению модуля скорости $|V|^{-1}$ [6, 8]. Образ же области течения $z = x + iy$ представляется в области комплекса Кирхгоффа $\zeta_k = \xi_k + i\eta$ в виде правого полукруга радиуса $\zeta_{k(кр)} = V_{кр}^{-1}$ с «вырезанным» в центре малым полукругом радиуса $r \ll \zeta_{k(кр)}$ (рис. 2 б).

Для получения замкнутого решения задачи в виде $V = f(W)$ последовательно отображим области $\zeta_k = \xi_k + i\eta_k$ (рис. 2 б) и $W = \varphi + i\psi$ (рис. 3 а) на единую связующую полуплоскость $\bar{\theta} = \bar{\theta}_1 + i\bar{\theta}_2$ (рис. 2 ж), используя для этого нижеследующие промежуточные комплексные области с соответствующими отображающими функциями:

а) при конформном отображении области комплекса Кирхгоффа $\zeta_k = \xi_k + i\eta_k$ на полуплоскость $\bar{\theta} = \bar{\theta}_1 + i\bar{\theta}_2$: $\delta = \delta_1 + i\delta_2$, $\tau = \tau_1 + i\tau_2$, $t = t_1 + it_2$,

$\theta = \theta_1 + i\theta_2$, $\bar{\theta} = \bar{\theta}_1 + i\bar{\theta}_2$ (рис. 2 б-ж) с функциями

$$\delta = \frac{i}{r}\zeta_k, \quad \tau = \delta + \frac{1}{\delta}, \quad t = \frac{1}{\tau}, \quad \theta = t + \frac{b(a+b)}{t \pm \sqrt{t^2 - (a^2 - b^2)}}, \quad \bar{\theta} = \theta_1 - i\theta_2 \quad (3)$$

(«плюс» при $t \geq 0$, «минус» при $t < 0$);

б) при конформном отображении прямоугольника – области комплексного потенциала $W = \varphi + i\psi$ на полуплоскость $\bar{\theta} = \bar{\theta}_1 + i\bar{\theta}_2$ [7, 9]: $W_1 = \varphi_1 + i\psi_1$, $\gamma = \gamma_1 + i\gamma_2$, $\sigma = \sigma_1 + i\sigma_2$, $S = S_1 + iS_2$, $\zeta = \xi + i\eta$ (рис. 3 б-е) с функциями

$$W_1 = \frac{\pi}{H}(W - 0.5H), \quad \gamma = \sin W_1, \quad \sigma = \frac{\gamma}{R}, \quad S = \frac{1}{\sigma}, \quad \zeta = \frac{1}{2}\left(S + \frac{1}{S}\right), \quad \bar{\theta} = \theta_m \frac{F + \zeta}{F\zeta + 1}, \quad (4)$$

в которых

$$F = \frac{(a+b)\lambda - \theta_m}{(a+b) - \lambda\theta_m}, \quad \theta_m = 0.5 + \frac{(a+b)b}{0.5 + \sqrt{0.25 - (a^2 - b^2)}}, \quad (5)$$

$$\lambda = \frac{2R}{1+R^2}, \quad R = ch \frac{\pi \cdot q}{H}, \quad a = \frac{1}{\alpha}, \quad b = \frac{1}{\beta}, \quad \alpha = \frac{\zeta_{k(kp)}}{r} + \frac{r}{\zeta_{k(kp)}}, \quad \beta = \frac{\zeta_{k(kp)}}{r} - \frac{r}{\zeta_{k(kp)}}.$$

В формулах (3) очертание эллипсовидной кривой DPC в области $t = t_1 + it_2$ принято по полуэллипсу с полуосями a и b – по аналогии с [10].

Аналитическую взаимосвязь $\zeta_k = f(W)$ между областями комплекса Кирхгоффа $\zeta_k = \xi_k + i\eta_k$ (рис. 2 б) и комплексного потенциала $W = \varphi + i\psi$ (рис. 3 а) устанавливаем с учетом значений функции $W, \gamma, \sigma, S, \zeta, \bar{\theta}, \theta, t, \tau, \delta$, определяемых по зависимостям (3) и (4) в виде:

$$\zeta_k = \xi_k + i\eta_k = -ir(N^{-1} + \sqrt{N^{-2} - 1}), \quad N = 2 \frac{a\theta - \sqrt{\theta^2 - (a+b)^2}}{a+b}, \quad (6)$$

в которых

$$\theta = \theta_m \frac{0.5 \cdot (S + S^{-1}) + F}{1 + 0.5 \cdot F(S + S^{-1})}, \quad S = \frac{R}{\sin\left[\frac{\pi}{H}(W - 0.5H)\right]} = \frac{R}{\sin\left[\frac{\pi}{H}(\varphi + i\psi - 0.5H)\right]}. \quad (7)$$

Разделяя в (6) и (7) действительную и мнимую части и преобразовывая, получим окончательные выражения для определения значений текущих координат комплекса Кирхгоффа $\zeta_k = \xi_k(\varphi, \psi) + i\eta_k(\varphi, \psi)$ в виде:

$$\xi_k(\varphi, \psi) = r\delta_2, \quad \eta_k(\varphi, \psi) = -r\delta_1, \quad (8)$$

где

$$\delta_1 = \frac{1}{2}\tau_1 + A_1, \quad \delta_2 = \frac{1}{2}\tau_2 + B_1, \quad A_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{A_2^2 + B_2^2} + A_2}{2}}, \quad B_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{A_2^2 + B_2^2} - A_2}{2}}, \quad (9)$$

$$A_2 = \frac{\tau_1^2 - \tau_2^2 - 4}{4}, \quad B_2 = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{2}, \quad \tau_1 = \frac{t_1}{t_1^2 + t_2^2}, \quad \tau_2 = -\frac{t_2}{t_1^2 + t_2^2},$$

$$t_1 = \frac{a\theta_1 \pm bA_3}{a+b} \quad (\text{«плюс» при } \theta_1 \geq 0, \text{ «минус» при } \theta_1 < 0), \quad t_2 = -\frac{a\theta_2 + bB_3}{a+b},$$

$$A_3 = \sqrt{\frac{\sqrt{A_4^2 + B_4^2} + A_4}{2}}, \quad B_3 = \sqrt{\frac{\sqrt{A_4^2 + B_4^2} - A_4}{2}}, \quad A_4 = \theta_1^2 - \theta_2^2 - (a+b)^2, \quad B_4 = 2\theta_1\theta_2,$$

$$\theta_1 = \theta_m \frac{(1+F\xi)(F+\xi) + F\eta^2}{(1+F\xi)^2 + (F\eta)^2}, \quad \theta_2 = -\eta \frac{(1-\xi)(1-F)}{(1+F\xi)^2 + (F\xi)^2}, \quad (\bar{\theta}_1 = \theta_1, \quad \bar{\theta}_2 = -\theta_2),$$

$$\xi = \frac{S_1}{2} [1 + (S_1^2 + S_2^2)^{-1}], \quad \eta = \frac{S_2}{2} [1 - (S_1^2 + S_2^2)^{-1}], \quad S_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, \quad S_2 = -\frac{\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2},$$

$$\sigma_1 = \frac{\gamma_1}{R}, \quad \sigma_2 = \frac{\gamma_2}{R}, \quad \gamma_1 = \sin \varphi_1 \cdot ch \psi_1, \quad \gamma_2 = \cos \varphi_1 \cdot sh \psi_1,$$

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{H}(\varphi - 0.5H), \quad \psi_1 = \frac{\pi}{H}\psi.$$

Полученное решение рассматриваемой задачи в виде аналитической взаимосвязи $V = f(W)$, с учетом известных зависимостей для движения потенциального потока [8]

$$V_y = \frac{d\psi}{dx} = \frac{d\varphi}{dy}, \quad V_x = V^2 \frac{dx}{d\varphi} \quad \text{и} \quad V_y = V^2 \frac{dy}{d\varphi},$$

позволяет определять как геометрические размеры и очертание воронки выброса грунта, так и все необходимые гидромеханические характеристики потенциального потока в ней – напорную функцию (потенциалы), функцию тока, скорости потока и др.

На рис. 1 представлены результаты решения тестовой задачи [1, 3] по предлагаемым расчетным зависимостям при заданных исходных значениях ширины заряда $l = 1$, критической скорости $V_{kp} = \frac{0.3}{\pi} = 0.0955$ (при r , равном $r = 0.01 \cdot \zeta_{k(kp)}$). В частности, рассчитанные местоположения характерных точек D ($x_D = 0$; $y_D = -1.4437$), P ($x_P = 1.3760$; $y_P = -2.2902$), C ($x_C = 3.5$; $y_C = 0$) и очертание воронки выброса грунта дают полное совпадение с результатами строгого решения Лаврентьева-Кузнецова [1, 3].

Кроме этого, предложенное решение позволило также получить и другие гидромеханические характеристики потенциального потока в воронке выброса грунта, в том числе:

– значение полного расхода $q = 1.257$ и эпюры распределения функций тока ψ по линиям заряда Am и выходного участка nC воронки выброса (рис. 1, кривые 4, 6);

– значения напорной функции (потенциала) φ в характерных точках D и P , равные $\varphi_D = 0.5018$ и $\varphi_P = 0.3344$, а также эпюры распределения напорной функции φ по осевой линии AD и очертанию воронки выброса DPC (рис. 1, кривые 8, 10);

– значения скоростей потока V_x, V_y и V в характерных точках A, D, P, C , равные для точек: $A \rightarrow V_x = 0, V_y = -0.5516$; $D \rightarrow V_x = 0, V_y = -0.0955$; $P \rightarrow V_x = 0.0955, V_y = 0$; $C \rightarrow V_x = 0, V_y = 0.0955$, и распределение их по линиям заряда Am , выходного участка nC , осевой линии AD и очертанию воронки выброса грунта DPC (рис. 1, соответственно кривые 5, 7, 9 и 11-13).

При решении задачи использовалась следующая методика расчета для отдельных участков рассматриваемой области.

Участок Am (линия заряда):

$$y = 0; 0 \leq x < 1; \varphi = H = 1; 0 \leq \psi \leq q; V_x = 0; |V_y| \geq V_A.$$

Из известного [8] равенства $V_y = \frac{d\psi}{dx}$ в интервале $0 \leq x \leq l$ имеем

$$x_i = \int_0^l dx = \int_0^q \frac{1}{V_y} d\psi \quad (10)$$

Подсчитывая величину V_y по формулам (2) и (8) при текущих значениях $0 \leq \psi_i \leq q$ и задаваемых величинах q , подбираем из условия равенства $x_i = l = 1$ (10) величину полного расхода q , равного $q = 1.257$, при этом зависимость $\frac{1}{V_y} = f(\psi)$ выражается полиномом [6] 5-й степени (с достоверностью 1):

$$\frac{1}{V_y} = -2,0442 \cdot \psi^5 + 8,9782 \cdot \psi^4 - 14,5880 \cdot \psi^3 + 9,4788 \cdot \psi^2 - 0,2334 \cdot \psi + 1,8124. \quad (11)$$

Из (11) находим скорость в точке A (при $\psi_A = 0$), равную $V_{y(A)} = -0.5517$.

Подставляя значения $\frac{1}{V_y}$ из (11) в (10) и интегрируя, получим эпюру распределения функции тока $x = f(\psi)$ вдоль участка Am (рис. 1, кривая 4 – слева), совместный учет значений которой с данными зависимости $V_y = f(\psi)$ позволяет получить (исключая ψ) на рассматриваемом участке эпюру входных скоростей $V_y = f(x)$ (рис. 1, кривая 5).

Участок nC (выходной участок воронки выброса грунта):

$$y = 0, \quad 1 < x \leq x_C, \quad \varphi = 0, \quad q \geq \psi \geq 0, \quad V_x = 0, \quad V_y = V_{kp} = 0.0955.$$

Для рассматриваемого участка по результатам подсчетов по формулам (2) и (8) при $\varphi = 0$ и $q \geq \psi \geq 0$ величина $\frac{1}{V_y} = f(\psi)$ выразится полиномом [6] 5-й степени (с достоверностью 1):

$$\frac{1}{V_y} = -14,593 \cdot \psi^5 + 62,053 \cdot \psi^4 - 105,930 \cdot \psi^3 + 93,705 \cdot \psi^2 - 45,481 \cdot \psi + 10,468 \quad (12)$$

Подставляя значения $\frac{1}{V_y}$ из (12) в (10) и интегрируя, получим эпюру распределения функции тока $x = f(\psi)$ вдоль выходного участка воронки выброса nC (рис. 1, кривая 6 – слева), причем при значении $\psi=0$ находим ширину последней, равную $x_{nC} = 2.5$, что полностью совпадает с результатами работы [1,3].

Совместный учет зависимостей $x = f(\psi)$ и $V_y = f(\psi)$ позволяет получить (исключая ψ) по линии nC эпюру распределения выходных скоростей $V_y = f(x)$ (рис. 1, кривая 7) со значением в точке C , равным $V_y = V_{kp} = 0.0955$.

Участок AD (осевая линия воронки выброса):

$$x = 0, \quad y_D \leq y \leq 0, \quad \psi = 0, \quad \varphi_D \leq \varphi \leq 1, \quad V_x = 0, \quad V_{kp} \leq |V_y| \leq V_A.$$

Для рассматриваемого участка из известного [8] равенства $V_y = \frac{d\varphi}{dy}$ в пределах $y_D \leq y \leq 0$ имеем

$$y_i = \int_0^{y_D} dy = \int_1^{\varphi_D} \frac{1}{V_y} d\varphi. \quad (13)$$

По результатам подсчетов по формулам (2) и (8) при $\psi = 0$ и $\varphi_D \leq \varphi \leq \varphi_A$ величина $\frac{1}{V_y} = f(\varphi)$ выразится полиномом [6] 2-й степени (с достоверностью 0.998):

$$\frac{1}{V_y} = [-1,7770 \cdot \varphi^2 + 3,5460 \cdot \varphi - 1,2194]^{-1}. \quad (14)$$

Величину потенциала в точке D $\varphi_D = 0.5018$ находим из условия равенства значения скорости в этой точке ее критическому значению $V_y = V_{kp} = 0.0955$.

Поставляя значения $\frac{1}{V_y}$ из (14) в (13) и интегрируя, получим эпюру распределения напорной функции (потенциала) φ вдоль осевой линии AD (рис. 1, кривая 8 – слева). При этом ординату точки раздвоения воронки выброса D , равную $y_D = -1.4437$, находим по ранее полученному значению его потенциала $\varphi_D = 0.5018$.

Совместный учет зависимостей $y = f(\varphi)$ и $V_y = f(\varphi)$ позволяет построить (исключая φ) по осевой линии AD эпюру распределения скоростей $V_y = f(y)$ (рис. 1, кривая 9) со значениями в точках A и D , равными $V_A = -0.5516$ и $V_D = |V_{kp}| = -0.0955$.

Участок DP (нисходящий криволинейный участок воронки выброса грунта):

- точка D : $x_D = 0, \quad y_D = -1.4437, \quad \varphi_D = 0.5018$;

- точка P : $0 \leq x \leq x_P, \quad \varphi_D \geq \varphi \geq \varphi_P, \quad 0 \leq V_x \leq V_P = V_{kp}, \quad V_{kp} \geq |V_y| \geq 0$.

Для рассматриваемого участка из известных [8] зависимостей движения потенциально-го потока $V_x = V^2 \frac{dx}{d\varphi}$ и $V_y = V^2 \frac{dy}{d\varphi}$ выразим:

$$x_i = \int_0^{x_P} dx = \frac{1}{V^2} \cdot \int_{\varphi_D}^{\varphi_P} V_x d\varphi, \quad y_i = \int_{y_D}^{y_P} dy = \frac{1}{V^2} \cdot \int_{\varphi_D}^{\varphi_P} V_y d\varphi \quad (15)$$

В формулах (15) $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$ – полная скорость течения, равная на данном участке значению критической скорости $V = V_{kp}$. По результатам подсчетов по формулам (2) и (8) при $\psi = 0$ и $\varphi_D \geq \varphi \geq \varphi_P$ величины $V_x = f(\varphi)$ и $V_y = f(\varphi)$ выразятся полиномами [6] 2-й и 1-й степеней (с достоверностью 0.999):

$$V_x = 0.5705 \cdot \sqrt{-\varphi^2 + 0.6688 \cdot \varphi - 0.0838}, \quad V_y = -0.5363 \cdot \varphi + 0.1898. \quad (16)$$

По зависимостям (16) величину потенциала в точке P , равную $\varphi_P = 0.3344$, найдем из условий равенств $V_x = V_{кр}$ или $V_y = 0$.

Подставляя значения V_x и V_y из (16) в (15) и интегрируя, получим эпюру распределения напорной функции (потенциала) φ вдоль участка DP (рис. 1, кривая 10 – слева). При этом координаты точки P , равные $x_P = 1.376$ и $y_P = -2.2902$, определяются по ранее полученному значению $\varphi_P = 0.3344$.

Совместный учет значений функций $x = f(\varphi)$, $y = f(\varphi)$ и $V_x = f(\varphi)$, $V_y = f(\varphi)$ вдоль нисходящего криволинейного участка – очертания воронки выброса DP – позволяет построить (исключая φ) эпюры распределений скоростей V_x, V_y и V в зависимости от текущих координат x и y (рис. 1, кривые 11-13). При этом имеем: $V = V_{кр} = 0.0955$ – на всем участке DP ; $V_x = 0$, $V_y = -0.0955$ – в точке D и $V_x = 0.0955$, $V_y = 0$ – в точке P .

Участок PC (восходящий криволинейный участок воронки выброса грунта):

- точка P : $x_P = 1.3760$, $y_P = -2.2902$, $\varphi_P = 0.3344$;

- точка C : $y_C = 0$, $\varphi_C = 0$, $x_P \leq x \leq x_C$, $\varphi_P \geq \varphi \geq 0$, $V_{кр} \geq V_x \geq 0$, $0 \leq V_y \leq V_{кр}$.

Для рассматриваемого участка по результатам подсчетов по формулам (2) и (8) при $\psi=0$ и $\varphi_P \geq \varphi \geq 0$ величины $V_x = f(\varphi)$ и $V_y = f(\varphi)$ выразятся полиномами [6] 2-й степени (с достоверностью 0.999):

$$V_x = -0.6147 \cdot \varphi^2 + 0.4986 \cdot \varphi - 0.001, \quad V_y = -0.7915 \cdot \varphi^2 - 0.0242 \cdot \varphi + 0.096. \quad (17)$$

Подставляя значения V_x и V_y из (17) в (15) и интегрируя, получим эпюру распределения напорной функции (потенциала) φ вдоль участка PC (рис. 1, кривая 10 – слева). Совместный учет значений функций $x = f(\varphi)$, $y = f(\varphi)$ и $V_x = f(\varphi)$, $V_y = f(\varphi)$ вдоль восходящего криволинейного участка – очертания воронки выброса PC позволяет построить (исключая φ) эпюры распределения скоростей V_x, V_y и V в зависимости от текущих координат x и y (рис. 1, кривые 11-13). При этом имеем: $V = V_{кр} = 0.0955$ – на всем участке PC ; $V_x = 0.0955$, $V_y = 0$ – в точке P и $V_x = 0$, $V_y = 0.0955$ – в точке C .

В целом очертание воронки выброса грунта $ADPC$, полученное на основе предлагаемых расчетных зависимостей (при исходных данных $l=1$ и $V_{кр} = 0.0955$), дало полное совпадение с результатами строгого решения Лаврентьева-Кузнецова [1, 3]. Кроме этого, предлагаемый новый метод решения указанной задачи позволяет определять все гидромеханические характеристики потенциального потока в области воронки выброса грунта, в том числе напорную функцию (потенциалы), функцию тока, значения полной скорости и ее составляющих (горизонтальную и вертикальную) и др.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе приведены расширенные результаты геофизического моделирования плоской задачи импульсного воздействия (в виде взрыва шпурового заряда) на поверхность грунта, полученные методом последовательных (11) конформных отображений физической области течения (в виде области комплекса Кирхгоффа – обратной области дографа скорости) на область комплексного потенциала – прямоугольника. При этом

принималось допущение акад. М.А. Лаврентьева о придании грунтовому массиву свойств идеальной несжимаемой жидкости в условиях импульсного (взрывного) воздействия. Полученные аналитические зависимости позволяют определять как очертание воронки выброса грунта, так и все необходимые гидромеханические характеристики потенциального потока (напорную функцию, функцию тока, скорости течения и др.). Приведен пример расчета тестовой задачи, в котором, в частности, полученное очертание воронки выброса грунта полностью совпадает с результатами известного строгого решения Лаврентьева-Кузнецова.

ПРИЛОЖЕНИЕ

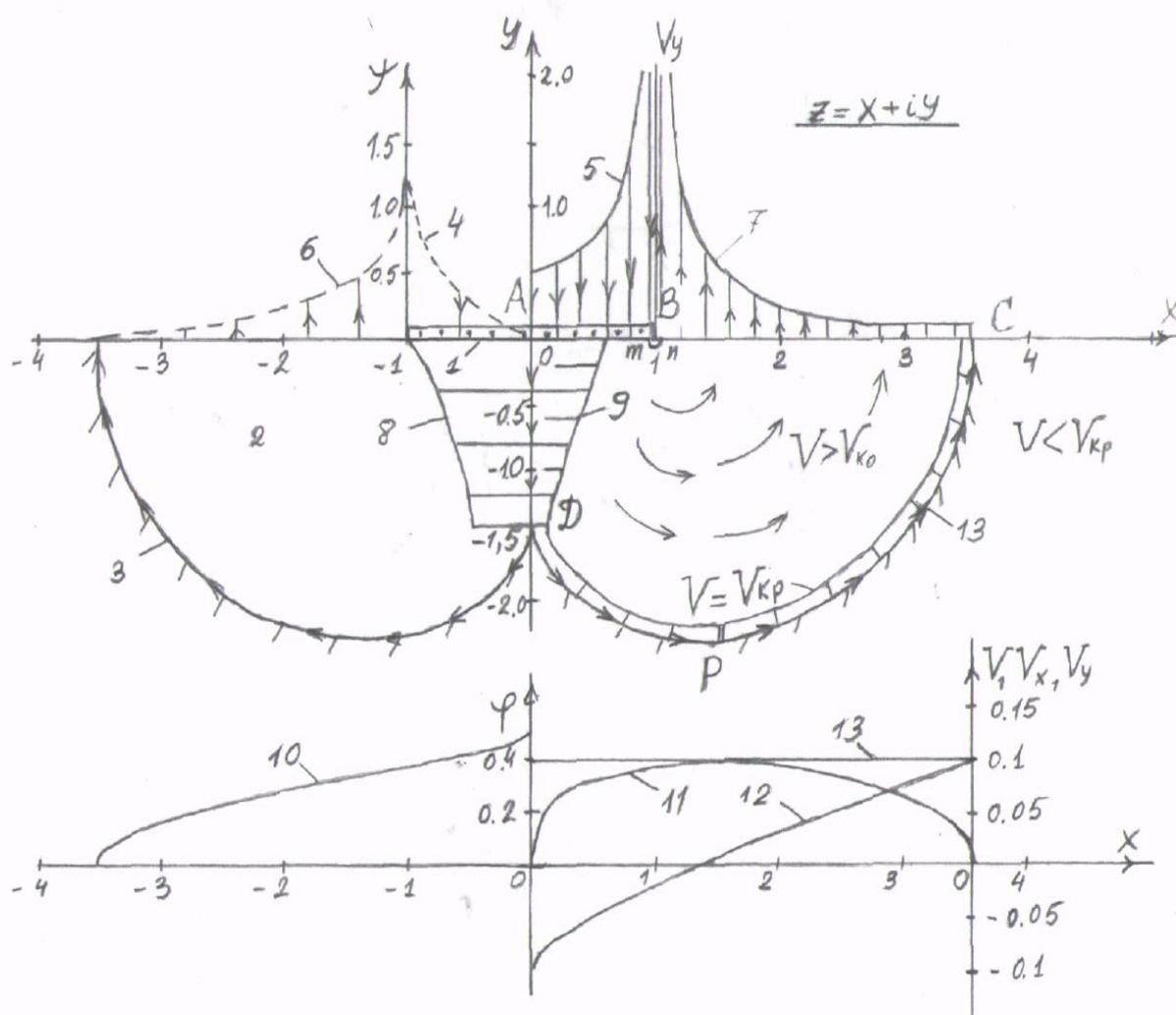


Рис. 1. Расчетная схема импульсного воздействия на поверхность грунта: 1 – источник импульса (шпуровой заряд); 2 – грунтовый массив; 3 – очертание воронки выброса грунта; 4 и 5 – эпюры входных значений функций тока ψ и скорости V_y по линии заряда Am ; 6 и 7 – эпюры выходных значений функций тока ψ и скорости V_y по поверхности грунта nC ; 8 и 9 – эпюры напорной функции ϕ и скорости V_y по осевой линии воронки выброса AD ; 10 и 11, 12, 13 – эпюры напорной функции ϕ и скоростей V_x , V_y , V вдоль криволинейного очертания воронки выброса DPC

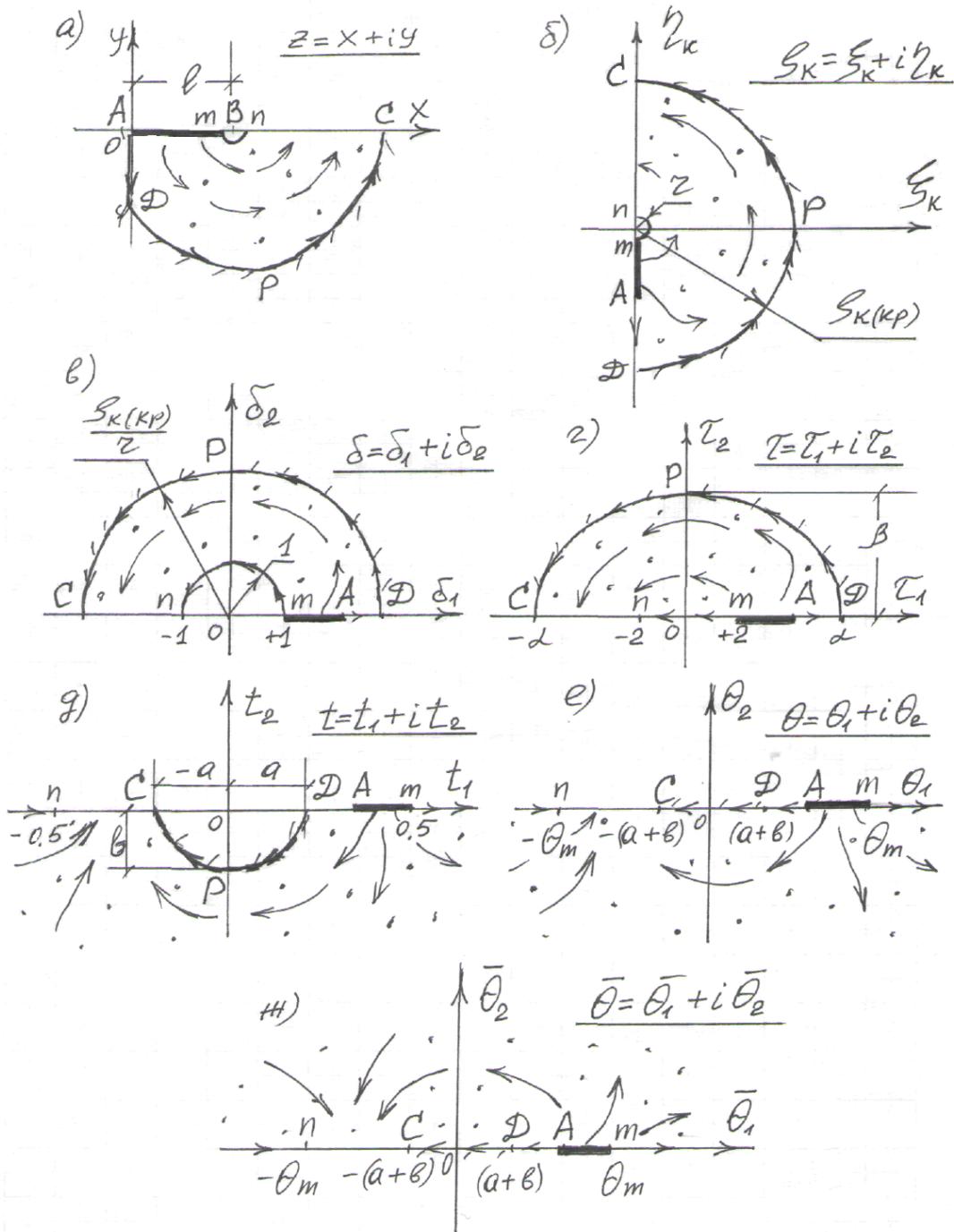


Рис. 2. Схема последовательных конформных отображений физической области течения $z = x + iy$ (в виде области комплекса Кирхгоффа $\zeta_k = \xi_k + i\eta_k$) на связующую полуплоскость $\bar{\theta} = \bar{\theta}_1 + i\bar{\theta}_2$.

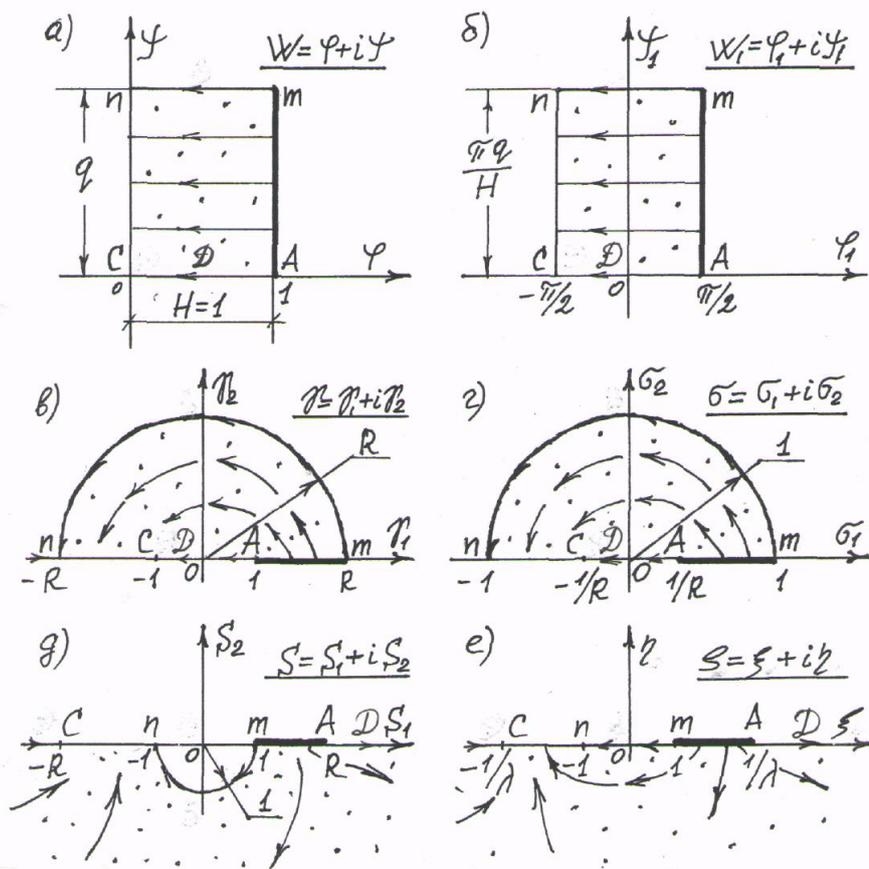


Рис. 3. Схема последовательных конформных отображений области комплексного потенциала (прямоугольника) $W = \varphi + i\psi$ на связующую полуплоскость $\bar{\theta} = \bar{\theta}_1 + i\bar{\theta}_2$ (см. рис. 2 ж).

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов В.М. О форме воронки выброса при взрыве на поверхности грунта // ПМТФ. 1960. № 3. С. 152-156.
2. Кузнецов В.М., Лаврентьев М.А., Шер Е.Н. О направленном метании грунта при помощи взрывчатого вещества // ПМТФ. 1960. № 4. С. 49-50.
3. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. М.: Наука, 1977. 407 с.
4. Анахаев К.Н. Разработка котлованов (каналов) воздействием импульсной силовой нагрузки // Вестник МГСУ. 2017. Т. 12. В. 8 (107). С. 924-931.
5. Анахаев К.Н., Иванов П.М., Темукуев Х.М., Чеченов М.М. Гидромеханическая задача импульсного пробивания пластины // Доклады Академии наук. 2018. Т. 481. № 1. С. 33-36.
6. Анахаев К.Н. Гидромеханическое решение задачи фильтрации через перемычку с пластовым дренажем // Гидросооружения. 2011. № 1. С. 27-30.
7. Анахаев К.Н. Гидромеханический расчет потенциального потока при ударе плиты о воду // Доклады Академии наук. 2012. Т. 445. № 4. С. 407-411.
8. Павловский Н.Н. Собрание сочинений. Т. 2. Движение грунтовых вод. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1956. 771 с.
9. Анахаев К.Н. О расчете потенциальных потоков // Доклады Академии наук. 2005. Т. 401. № 3. С. 337-341.
10. Анахаев К.Н. О фильтрационном расчете перемычки // Математическое моделирование. 2011. Т. 23. № 2. С. 148-158.