УДК 519.7
DOI: 10.35330/1991-6639-2019-2-88-5-10

ЛИНЕЙНО-КВАДРАТИЧНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГРУППОЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Д.Л. ВИНОКУРСКИЙ[1], Н.В. КОНОНОВА[1], Л.А. ЛЮТИКОВА[2], С.А. МАХОШЕВА[3], М.М. КАНДРОКОВА[3]

[1]Северо-Кавказский федеральный университет
355000, Ставропольский край, г. Ставрополь, пр. Кулакова, 2
E-mail: dlvinokursky@gmail.com
[2]Институт прикладной математики и автоматизации –
филиал ФГБНУ «Федеральный научный центр
«Кабардино-Балкарский научный центр Российской академии наук»
36000, КБР, г. Нальчик, ул. Шортанова, 89-а
E-mail: ipma@niipma.ru
[3]Институт информатики и проблем регионального управления –
филиал ФГБНУ «Федеральный научный центр
«Кабардино-Балкарский научный центр Российской академии наук»
360000, КБР, г. Нальчик, ул. И. Арманд, 37-а
E-mail: iipru@rambler.ru

На сегодняшний день существует большое количество задач, которые не могут быть выполнены одиночным беспилотным летательным аппаратом. В таком случае использование группы беспилотных летательных аппаратов является хорошим решением. К таким задачам относятся: картографирование местности, работа в местах техногенных или природных катастроф, мониторинг и обработка сельскохозяйственных угодий, исследование в реальном режиме времени труднодоступных районов. В условиях мегаполиса группа летательных аппаратов может быть использована для создания панорамных видов и отслеживания динамики транспортных пробок. Группа беспилотных летательных аппаратов может быть использована также для экспресс-перевозки грузов, разведки полезных ископаемых.

В предлагаемой работе рассмотрена проблема совместного движения нескольких беспилотных летательных аппаратов на основе жестких связей. Для решения поставленной задачи использован метод линейно-квадратичного регулирования. Авторами моделируется движение группы беспилотников, для чего используется метод ведущий – ведомый, а также метод управления с линейно-квадратичным регулированием. Разработанный алгоритм выполняет задачу построения оптимальной системы управления жестко связанной группы квадрокоптеров.

В работе построена математическая модель системы квадрокоптеров с жесткой связью. На графиках представлены результаты моделирования системы жестко связанных квадрокоптеров.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, линейно-квадратичное регулирование, квадрокоптер, углы Эйлера, подвижная система координат, момент инерции.

Введение

Системы с одним беспилотным летательным аппаратом широко используются там, где по соображениям безопасности человек не может быть задействован [1]. Но существует также большое количество задач, которые не могут быть выполнены одним беспилотным летательным аппаратом и где использование группы беспилотных летательных аппаратов будет эффективнее. Это, например, задачи картографирования местности, работа в местах техногенных или природных катастроф [2, 3]. Группа беспилотных летательных аппаратов может быть использована для перевозки грузов [4], в задачах разведки полезных ископаемых [5].

В представленной работе моделируется движение группы беспилотников методом ведущий – ведомый и применяется метод РД управления с линейно-квадратичным регулированием. Пусть группа беспилотных летательных аппаратов состоит из нескольких жестко связанных аппаратов. Свяжем с каждым из аппаратов подвижную систему координат, на земле зафиксируем неподвижную систему координат I (рис. 1).

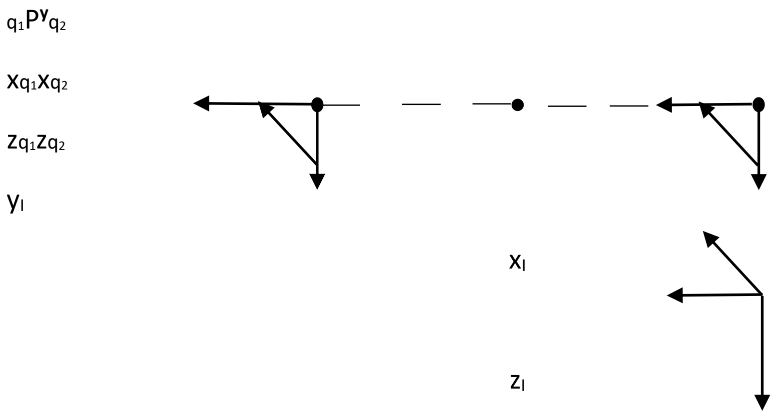

Рис. 1. *Системы координат группы беспилотных летательных аппаратов*

Определим углы Эйлера (φ, θ, ψ) в подвижной системе координат и матрицу вращения:

$$R_{IP} = \begin{pmatrix} c_\psi c_\theta & c_\psi S_\theta S_\varphi - S_\psi c_\varphi & c_\psi S_\theta c_\varphi + S_\psi S_\varphi \\ S_\psi c_\theta & c_\psi S_\theta S_\varphi + c_\psi c_\varphi & S_\psi S_\theta c_\varphi - c_\psi S_\varphi \\ -S_\theta & c_\theta S_\varphi & c_\theta c_\varphi \end{pmatrix} \tag{1}$$

Здесь для краткости обозначено c=cos и S=sin

Определим координаты точки P – центра масс системы.

$$x_p = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

$$y_p = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} \tag{2}$$

$$z_p = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$$

Вычислим моменты инерции системы.

$$I_x = \sum \left(I_{x_i} + m(\bar{y}_i^2 + \bar{z}_i^2)\right)$$

$$I_y = \sum \left(I_{y_i} + m(\bar{x}_i^2 + \bar{z}_i^2)\right) \tag{3}$$

$$I_z = \sum \left(I_{z_i} + m(\bar{y}_i^2 + \bar{z}_i^2)\right)$$

Здесь $\bar{x}_i = x_i - x_p$, $\bar{y}_i = y_i - y_p$, $\bar{z}_i = z_i - z_p$, а $m = \sum m_i$

Уравнения движения

Как известно [5, 6], уравнение движения одного квадрокоптера записывается в виде

$$m_i \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m_i g \end{bmatrix} + R_{IP} F_{qj} \tag{4}$$

$$F_{qj} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -b\left(\Omega_{j\ 1}^2 + \Omega_{j_2}^2 + \Omega_{j_3}^2 + \Omega_{j_4}^2\right) \end{bmatrix}. \tag{5}$$

Здесь F_{qj} – подъемная сила квадрокоптера [7], Ω_j – угловые скорости вращения пропеллеров [7,8].

Переходя к жестко связанной группе из нескольких квадрокоптеров в системе центра масс, получим следующее уравнение движения [9, 10]:

$$\begin{bmatrix} F_p \\ M_p \end{bmatrix} = \sum \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ y_j & cos\psi_j & -sin\psi_j & 0 \\ -x_j & sin\psi_j & cos\psi_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{qj} \\ M_{qj} \end{bmatrix}. \tag{6}$$

Здесь M_{qj} – моменты сил j-го квадрокоптера, M_p – момент сил жестко связанной системы.

Система уравнения

Управлять жестко связанной системой достаточно сложно. Для построения системы управления в работе используется метод линейно-квадратичного регулирования [14].

Введем следующие обозначения [11, 12]:

$$\text{Вектор } X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \tag{7}$$

Затем запишем в матричном виде уравнение управления [13]:

$$\dot{X} = AX + BU \tag{8}$$

Здесь матрица $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$,

матрица $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_z} \end{bmatrix}$,

вектор управляющих воздействий системы $U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}$.

Цель задачи найти такой вектор U, который переводит систему квадрокоптеров из состояния $X(t_0)$ в состояние $X(t_1)$, минимизируя при этом функционал

$$J = \int_{t_0}^{t_1} (X^T Q X + U^T R U) dt. \tag{9}$$

Закон оптимального управления

$$Ul = -KX(t) = -R^{-1} B^T P X(t). \tag{10}$$

Здесь $K = -R^{-1} B^T L$ – матрица усиления обратной связи.

Матрица P находится как решение уравнения Риккати [13]:

$$-PA - A^T P - Q + PBR^{-1} B^T P = 0 \tag{11}$$

Результат моделирования

На графиках представлены результаты моделирования системы жестко связанных квадрокоптеров.

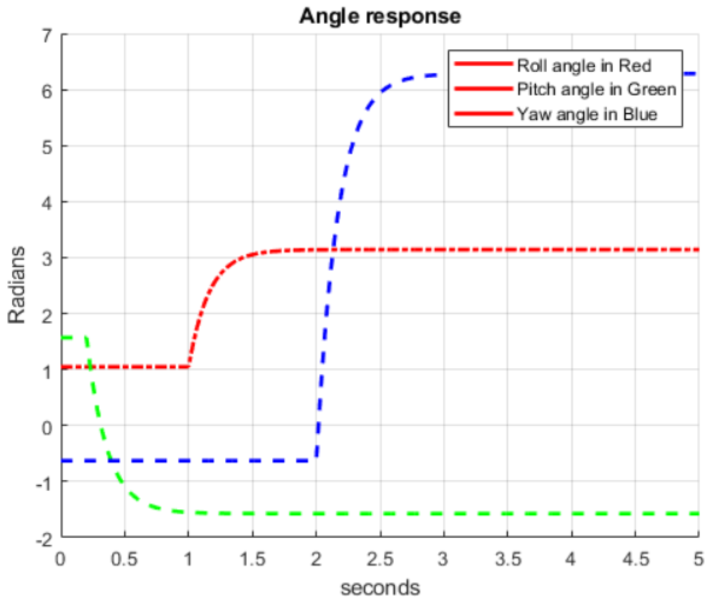

Рис. 2. *Изменение углов Эйлера*

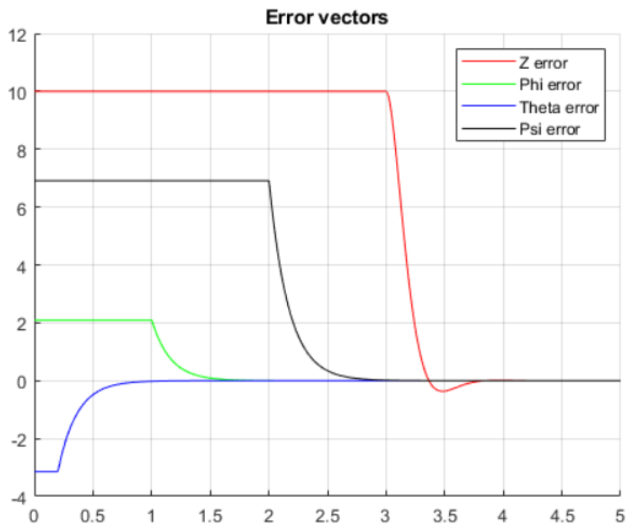

Рис. 3. *Вычислительная погрешность определения углов Эйлера*

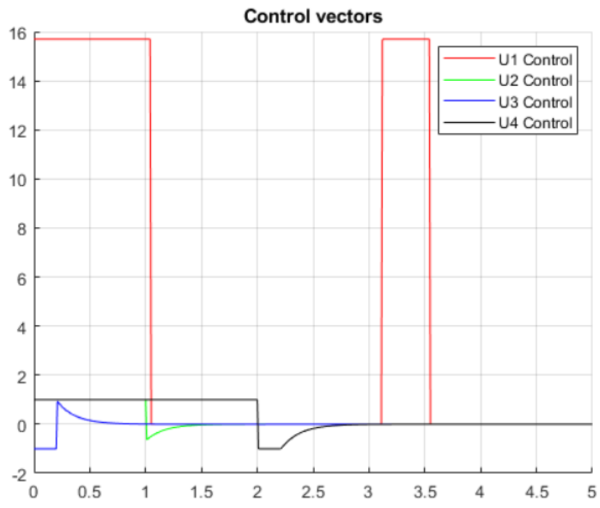

Рис. 4. *График изменения вектора управляющих воздействий*

Заключение

В работе представлен алгоритм построения оптимальной системы управления жестко связанной группы квадрокоптеров.

Для решения задачи предложено использовать метод линейно-квадратичного регулирования. Построена математическая модель системы квадрокоптеров с жесткой связью.

REFERENCES

1. *Roldao V., Cunha R., Cabecinhas D., Oliveira P. and Silvestre C.* A novel leader-following strategy applied to formations of quadrotors. In European Control Conference (ECC), 2013.

2. *Hiroaki Yamaguchi.* A distributed motion coordination strategy for multiple non-holonomic mobile robots in cooperative hunting operations. Robotics and Autonomous Systems, 43(4):257 – 282, 2003.

3. *James G. Bellingham and Kanna Rajan.* Robotics in remote and hostile environments. Science, 318(5853):1098–1102, 2007.

4. *Jonathan Fink, Nathan Michael, Soonkyum Kim and Vijay Kumar.* Planning and control for cooperative manipulation and transportation with aerial robots. The International Journal of Robotics Research, 30(3), March 2011.

5. *Summers T.H., Changbin Yu and Brian D.O. Anderson.* Robustness to agent loss in vehicle formations and sensor networks. In Decision and Control, 2008. CDC 2008, pages 1193–1199, 2008.

6. *Silvia Mastellone, Dusan M. Stipanovic, Christopher R. Graunke, Koji A. Intlekoferand Mark W. Spong.* Formation control and collision avoidance for multi-agent nonholonomic systems: Theory and experiments. I. J. Robotic Res., 27(1):107–126, 2008.

7. *Rongxin Cui, Shuzhi Sam Ge, Bernard VoonEe How, and Yoo Sang Choo*. Leader-follower formation control of underactuated autonomous underwater vehicles. Ocean Engineering, 37(17–18):1491 – 1502, 2010.

8. *Zhaoxia Peng, Guoguang Wen, Ahmed Rahmani, and Yongguang Yu*. Leader-follower formation control of nonholonomic mobile robots based on a bioinspired neurodynamic based approach. Robotics and Autonomous Systems, June, 2013.

9. *Mariottini G.L., Morbidi F., Prattichizzo D., Pappas G.J. and Daniilidis K.* Leader-follower formations: Uncalibrated vision-based localization and control. In Robotics and Automation, 2007 IEEE International Conference on, pages 2403–2408, 2007.

10. *Andrew J. Hanson and Hui Ma.* Parallel transport approach to curve framing.Technical report, 1995.

11. L. Consolini, F. Morbidi, D. Prattichizzo, and M. Tosques. On a class of hierarchical formations of unicycles and their internal dynamics. Automatic Control, IEEE, Transactions on, 57(4):845–859, 2012.

12. *Consolini L., Morbidi F., Prattichizzo D. and M. Tosques.* Stabilization of a hierarchical formation of unicycle robots with velocity and curvature constraints. Robotics, IEEE Transactions on, 25(5):1176–1184, 2009.

13. *Eric W Justh and PS Krishnaprasad.* Equilibria and steering laws for planar formations. Systems & Control Letters, 52(1):25–38, 2004.

14. *Mellinger D., Shomin M., Michael N. and V. Kumar.* Cooperative grasping and transport using multiple quadrotors. Springer Distributed autonomous robotic systems, Berlin, Heidelberg, 2013.

LINEAR-QUADRATIC CONTROL OF AIRCRAFT GROUP

D.L. VINOKURSKY[1], N.V. KONONOVA[1], L.A. LYUTIKOVA[2], S.A. MAKHOSHEVA[3], M.M. KANDROKOVA[3]

[1]North-Caucasian Federal University, Stavropol
355000, Stavropol region, Stavropol, Kulakov str, 2
[2]Institute of Applied Mathematics and Automation –
branch of the FSBSE «Federal Scientific Center
«Kabardin-Balkar Scientific Center of the Russian Academy of Sciences»
360000, KBR, Nalchik, Shortanov street, 89-a
E-mail: ipma@niipma.ru
[3]Institute of Computer Science and Problems of Regional Management –
branch of Federal public budgetary scientific establishment "Federal scientific center
"Kabardin-Balkar Scientific Center of the Russian Academy of Sciences"
360000, KBR, Nalchik, 37-a, I. Armand St.
E-mail: iipru@rambler.ru

Today, there are a large number of tasks that can not be performed by a single unmanned aerial vehicle. In this case, the use of a group of unmanned aerial vehicles is a good solution. These tasks include the task of mapping the area, work in the field of technogenous (human-caused) or natural disasters, monitoring and processing of agricultural land, the study in real time remote areas. In terms of a megapolis a group of aircraft can be used to create panoramic views, and tracking the dynamics of traffic jams. A group of unmanned aerial vehicles can be used for express cargo transportation, a group of unmanned aerial vehicles can be used in mineral exploration tasks.

In this paper we consider the problem of joint movement of several unmanned aerial vehicles based on rigid links. The method of linear-quadratic regulation is applied. The movement of a group of drones is modeled by the method of leader-follower and the method of RD control with linear – quadratic regulation is applied. An algorithm for constructing an optimal control system for a tightly coupled group of quadcopters is developed. To solve the problem it is proposed to use the method of linear-quadratic regulation.

The mathematical model of the system of quadcopters with rigid connection is constructed. The graphs show the results of modeling the system of rigid-coupled quadcopters.

Keywords: unmanned aerial vehicle, linear-quadratic regulation, quadcopter (quadrotor), Euler angles, moving coordinate system, moment of inertia.

Работа поступила 15.03.2019 г.